МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ПЕРМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

МОДЕЛЬ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ ФИНАНСОВЫХ РЫНКОВ И ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ИНВЕСТИЦИОННЫМ ПОРТФЕЛЕМ.

Выполнил:

Проверил:

г.Пермь 2000.

Построение математической модели прогнозирования поведения является трудной задачей в связи с сильным влиянием политических и других проблем (выборы, природные катаклизмы, спекуляции крупных участников рынка…).

В основе модели лежит анализ некоторых критериев с последующим выводом о поведении доходности и ценовых показателей. В набор критериев входят различные макро- и микроэкономические показатели, информация с торговых площадок, экспертные оценки специалистов. Процедура прогнозирования состоит из этапов:

1. Подготовка и предварительная фильтрация данных;
2. Аппроксимация искомой зависимости линейной функцией;
3. Моделирование погрешности с помощью линейной сети.

Но для повышения точности модели практикуется нелинейный анализ с использованием многослойной однородной нейронной сети. Этапы проведения нелинейного анализа в системе совпадают со стандартными шагами при работе с нейросетями.

*1-й этап*. Подготовка выходных данных.

Выходными данными являются **zi = yi-pi**, где **yi** - реальное значение прогнозируемой величины на некоторую дату, **pi** - рассчитанное на эту дату с помощью линейного анализа.

*2-й этап*. Нормирование входных сигналов.

(1)



где **xij** - j-я координата некоторого критерия **Xi, M[Xi]** - выборочная оценка среднего квадратичного отклонения.

*3-й этап*. Выбор функции активации и архитектуры нейронной сети.

Используются функции активации стандартного вида (сигмоидная, ступенчатая), а также следующего вида:

(2)



(3)



(4)



(5)



Архитектура нейронной сети представлена на рисунке:

f1

Σ1

вектор

входных

сигналов вектор

Σ

выходн.

Вектор сигналов

f1

Σm

входных

сигналов

Введены следующие обозначения: Σj - линейные сумматоры; **fj** - нелинейные функции; используемые для аппроксимации; Σ - итоговый сумматор.

4-й этап. Выбор алгоритма обучения нейронной сети, основанного на одном из следующих методов: обратного распространения ошибки, градиентного спуска, метода сопряженных градиентов, методе Ньютона, квазиньютоновском. Методы оцениваются по времени, затрачиваемому на обучение и по величине погрешности.

5-й этап. Итоговые вычисления границ прогнозируемого значения:

**P=Pлин+Рнелин±Енелин**

где **Р** — итоговое прогнозируемое значение, **Рлин** и **Рнелин** значение линейного и нелинейного анализов. **Енелин** — погрешность полученная на этапе нелинейного анализа.

Результаты задачи прогнозирования используются в построенной на ее основе задаче оптимального управления инвестиционным портфелем. В основе разработанной задачи управления идея минимизации трансакционных издержек по переводу портфеля в класс оптимальных.

Используемый поход основан на предположениях, что эффективность инвестирования в некий набор активов является реализацией многомерной случайной величины, математическое ожидание которой характеризует доходность **(m={mi}i=1..n, где mi=M[Ri], i=1..n)**, матрица ковариаций — риск **(V=(Vij), i,j=1..n, где Vij=M[(Ri-mi)(Rj-mj)],i,j=1..n)**. Описанные параметры (m,V) представляют собой оценку рынка и являются либо прогнозируемой величиной, либо задаются экспертно. Каждому вектору **Х**, описывающему относительное распределение средств в портфеле, можно поставить в соответствие пару оценок: **mx=(m,x), Vx=(Vx,x)**. Величина **mx** представляет собой средневзвешенную доходность портфеля, распределение средств в котором описывается вектором **Х** величина **Vх** (вариация портфеля [3,5]) является количественной характеристикой риска портфеля **х**. Введем в рассмотрение оператор **Q**, действующий из пространства **Rn** в пространство **R2** (критериальная плоскость [3]), который ставит в соответствие вектору **х** пару чисел **(mx, Vx)**:

**Q: Rn-R2 ⇔ ∀x⊂Rn, x→((m,x),(Vx,x)).** (7)

В задаче управления допустимыми считаются только стандартные портфели, т.е. так называемые портфели без коротких позиций. Правда это накладывает на вектор х два ограничения: нормирующее условие **(е,х)=1**, где **е** – единичный вектор размерности n, и условие неотрицательности доли в портфеле, **х>=0**. Точки удовлетворяющие этим условиям образуют dв пространстве**Rn** так называемый стандартный (n-1)-мерный симплекс. Обозначим его **Δ**.

**Δ={x⊂Rn⏐(e,x)=1, x≥0}**

Образом симплекса в критериальной плоскости будет являться замкнутое ограниченное множество оценок допустимых портфелей. Нижняя граница этого множества представляет собой выпуклую вниз кривую, которая характеризует Парето – эффективный с точки зрения критериев выбор инвестора (эффективная граница [3], [5]). Прообразом эффективной границы в пространстве **Rn** будет эффективное множество портфелей [5]. Обозначим его как **ψ**. Данное множество является выпуклым: линейная комбинация эффективных портфелей также представляет собой эффективный портфель [3].

Пусть в некоторый момент времени у нас имеется портфель, распределение средств в котором описывается вектором **х**. Тогда задачу управления можно сформулировать в следующем виде: найти такой элемент **y**, принадлежащий **ψ**, что **ρ(y,x)**. Иными словами, для заданной точки **х** требуется найти ближайший элемент **y**, принадлежащий множеству **Ψ**. В пространстве **Rn** справедлива теорема, доказывающая существование и единственность элемента наилучшего приближения **х** элементами множества **Ψ**[6]. Метрика (понятие расстояния) может быть введена следующим образом:

**ρ(x,y)=αΣi=1,nsup(yi-xi,0)+βΣi=1..nsup(xi-yi,0)**, (9)

где **α>0** — относительная величина издержек при покупке, **β>0** — относительная величина издержек при продаже актива.

Литература

1. Сборник статей к 30-ти летию кафедры ЭК. ПГУ.
2. Ивлиев СВ Модель прогнозирования рынка ценных бумаг. 6-я Всероссийская студенческая конференция «Актуальные проблемы экономики России»: Сб.тез.докл. Воронеж, 2000.
3. Ивлиев СВ Модель оптимального управления портфелем ценных бумаг. Там же.