**Нахождение оптимальных планов производства продукции и их экономико-математический анализ**

Отчет по лабораторной работе №1 по предмету: «Исследование операций» выполнили студенты CON-954 f/f группы Инюточкин Сергей, Стоянов Сергей

Министерство Образования, Молодежи и Спорта Республики Молдова

Академия Экономических Знаний Молдовы

Факультет Бухгалтерского учета и аудита

Кафедра Экономической Кибернетики и Информатики

Кишинев 1998

**Глава I. Задание.**

**1.1 Цель лабораторной работы.**

ЦЕЛЬ - научиться:

- самостоятельно разрабатывать математические модели задач по определению оптимальных планов производства продукции для предприятий и фирм;

- решать полученные математические задачи на ЭВМ с использованием пакетов прикладных программ решения задач линейного программирования;

- проводить содержательный послеоптимизационный анализ полученного решения, включая и вопросы чувствительности оптимального плана к изменению коэффициентов целевой функции и правых частей ограничений.

**1.2 Требования к выполнению работы:**

1) сформулировать свой вариант задачи и написать ее экономико-математическую модель;

2) составить двойственную задачу;

3) решить задачу на ПЭВМ по составленной экономико-математической модели, используя пакет решения задач линейного программирования. Привести результаты решения задачи на ЭВМ;

4) проанализировать полученные результаты решения задачи, а именно:

- какой смысл имеет полученный план и значение целевой функции;

- как используются данные в условии задачи ресурсы;

5) выписать оптимальное решение двойственной задачи и объяснить, какой экономический смысл имеет каждая оптимальная оценка;

6) проанализировать каждое ограничение задачи, используя решение двойственной задачи;

7) оформить письменный отчет по лабораторной работе, включающей все вышеуказанные пункты задания и список использованной литературы.

**1.3 Условия задачи**

В состав рациона кормления на стойловый период дойных коров входит 9 видов кормов. В таблице 1.3.1 приводятся необходимые данные о кормах. Для обеспечения намечаемой продуктивности стада необходимо, чтобы в рационе кормления содержалось не менее (14,5+0,1N) кг кормовых единиц, (1750+N) г перевариваемого протеина, (110+N) г кальция, (45+0,1N) г фосфора, (660+0,1N) мг каротина и (18+0,1N) кг сухого вещества. В качестве дополнительных условий даны следующие соотношения для отдельных групп кормов в рационе: концентратов (кукуруза, жмых и комбикорм) – 5-20%, грубых кормов (стебли кукурузы, сено люцерновое, сено суданки) – 15-35%, силоса – 35-60%, корнеплодов (свекла сахарная и кормовая) –10-20%. Определить рацион кормления животных по критерию минимальной себестоимости. N – порядковый номер фамилии студента по журналу =8.

Таблица 1.3.1 Содержание питательных веществ в 1 кг корма и его себестоимость.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Питательные вещества | Кукуруза | Жмых | Стебли кукурузы | Сено люцерны | Сено суданки | Силос кукурузы | Свекла сахарная | Свекла кормовая | Комби-корм |
| Кормовые единицы, кг | 1,34 | 1,9 | 0,37 | 0,49 | 0,52 | 0,2 | 0,26 | 0,12 | 0,9 |
| Перевариваемый протеин, г | 78 | 356 | 14 | 116 | 65 | 19 | 12 | 9 | 112 |
| Кальций, г | 0,7 | 5,9 | 6,2 | 17,7 | 5,7 | 1,5 | 0,5 | 0,4 | 15 |
| Фосфор, г | 3,1 | 9,1 | 1 | 2,2 | 2,3 | 0,5 | 0,4 | 13 | --- |
| Каротин, мг | 4 | 2 | 5 | 45 | 15 | 15 | --- | --- | --- |
| Сухое вещество | 0,87 | 0,87 | 0,8 | 0,85 | 0,85 | 0,26 | 0,24 | 0,12 | 0,87 |
| Себестоимость,  лей/кг | 0,43+  0,01N | 0,65-  0,01N | 0,05+  0,01N | 0,25+  0,01N | 0,3+  0,01N | 0,8-  0,01N | 0,15+  0,01N | 0,14+  0,01N | 0,75-  0,01N |

**Глава 2. Ход выполнения задания на ПЭВМ с использованием пакета LINDO**

**2.1 Краткое описание пакета LINDO**

Пакет LINDO представляет собой прикладную программу, предназначенную для решения различных задач линейного программирования и анализа полученных результатов.

Данная программа позволяет пользователям работать с исходными данными, практически не изменяя их, что очень удобно для неопытных пользователей, на которых рассчитана данная программа. Программа позволяет получить хороший анализ результатов в удобнойформе. Однако при всех достоинствах, пакет имеет и недостатки: отсутствие на экране информации на румынском или русском языках и очень неудобный интерфейс, не позволяющий следить за ходом ввода данных и выполнения работы. Хотя возможность просмотра и исправления введенных данных предусмотрена, но она неудобна пользователю.

Необходимые для работы с пакетом команды описаны в пункте 2.2

**2.2 Ход выполнения задания на ПЭВМ с использованием пакета LINDO**

1. Напишем экономико-математическую модель данной производственной задачи. Обозначим через xj(j=1,8) количество производимой продукции. Кроме того, т.к. объем ресурсов для оборудования дается в часах, а производительность оборудования в м¤/час, то необходимо перейти к соизмеримости.

Таким образом, задача сводится к нахождению оптимального плана производства продукции каждого вида с целью получения максимальной прибыли.

ЗЛП будет выглядеть так:

Целевая функция:

min Z = 0.51x1+0.57x2+0.13x3+0.33x4+0.38x5+0.72x6+0.23x7+0.22x8+0.67x9

при ограничениях:

1.34x1+ 1.9x2+0.37x3+0.49x4+0.52x5+ 0.2x6+0.26x7+0.12x8+ 0.9x9 >=15.3

78x1+ 356x2+ 14x3+ 116x4+ 65x5+ 19x6+ 12x7+ 9x8+ 112x9 >=1758

0.7x1+ 5.9x2+ 6.2x3+17.7x4+ 5.7x5+ 1.5x6+ 0.5x7+ 0.4x8+ 15x9 >=118

3.1x1+ 9.1x2+ x3+ 2.2x4+ 2.3x5+ 0.5x6+ 0.4x7+ 13x8 >=45.8

4x1+ 2x2+ 5x3+ 45x4+ 15x5+ 15x6 >=660.8

0.87x1+0.87x2+ 0.8x3+0.85x4+0.85x5+0.26x6+0.24x7+0.12x8+0.87x9 >=18.8

x1+ x2+ x9 >=5

x1+ x2+ x9 <=20

x3+ x4+ x5 >=15

x3+ x4+ x5 <=35

x6 >=35

x6 <=60

x7+ x8 >=10

x7+ x8 <=20

Xj >= 0

Экономико-математическая модель состоит из целевой функции, системы ограничений и условия неотрицательности переменных xj.

2. Двойственной к данной задаче является следующая:

Целевая функция:

max F = 15.3y1+1758y2+118y3+45.8y4+660.8y5+18.8y6+5y7-20y8+15y9-35y10+

35y11-60y12+10y13-20y14

при ограничениях:

1.34y1+ 78y2+ 0.7y3+3.1y4+ 4y5+0.87y6+y7-y8 <=0.51

1.9y1+ 356y2+ 5.9y3+9.1y4+ 2y5+0.87y6+y7-y8 <=0.57

0.37y1+ 14y2 +6.2y3+ y4+ 5y5+ 0.8y6+ y9-y10 <=0.13

0.49y1+ 116y2+17.7y3+2.2y4+45y5+0.85y6+ y9-y10 <=0.33

0.52y1+ 65y2+ 5.7y3+2.3y4+15y5+0.85y6+ y9-y10 <=0.38

0.2y1+ 19y2+ 1.5y3+0.5y4+15y5+0.26y6+ y11-y12 <=0.72

0.26y1+ 12y2+ 0.5y3+0.4y4+ 0.24y6+ y13-y14 <=0.23

0.12y1+ 9y2+ 0.4y3+ 13y4+ 0.12y6+ y13-y14 <=0.22

0.9y1+112y2+ 15y3+ 0.87y6+y7-y8 <=0.67

Данные задачи составляют пару двойственных задач. Решение прямой задачи дает оптимальный план минимизации расходов на рацион кормления, а решение двойственной задачи – оптимальную систему оценок питательной ценности используемых кормов.

3. Для решения прямой задачи воспользуемся пакетом LINDO.

Пакет установлен на диске Е: в каталоге \LINDO. Для его загрузки активизируем данный каталог и находим файл с именем lindo.exe.

Вначале необходимо ввести целевую функцию F. Для этого после двоеточия (:) набираем слово max и после пробела вводим целевую функцию. После знака вопроса набираем ST и вводим ограничения. В конце набираем END.

Для просмотра всей задачи используют команду LOOK ALL, а для просмотра строки - LOOK < N строки >.

При необходимости можно произвести редактирование той или иной строки путем набора команды ALT < N строки > и изменять либо значения переменных (VAR), либо правых частей (RHS), либо направление оптимизации с max на min и наоборот.

Решение производится вводом команды GO, а для проведения послеоптимизационного анализа после (?) нажимают Y.

После введения задачи и набора команды GO получаем следующие результаты:

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

32, 1779200

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| VARIABLE | VALUE | REDUCED COST |
| x1 | 3.943977 | 0 |
| x2 | 1.056023 | 0 |
| x3 | 13.927200 | 0 |
| x4 | 1.072801 | 0 |
| x5 | 0 | 0.193695 |
| x6 | 35 | 0 |
| x7 | 0 | 0.009258 |
| x8 | 10 | 0 |
| x9 | 0 | 0.169071 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ROW | SLACK OF SURPLUS | DUAL PRICES |
| 2 | 5.870109 | 0 |
| 3 | 0 | 0.000247 |
| 4 | 52.828530 | 0 |
| 5 | 139.823500 | 0 |
| 6 | 0 | 0.004369 |
| 7 | 7.903641 | 0 |
| 8 | 0 | 0.473236 |
| 9 | 15 | 0 |
| 10 | 0 | 0.104691 |
| 11 | 20 | 0 |
| 12 | 0 | 0.649760 |
| 13 | 25 | 0 |
| 14 | 0 | 0.217775 |
| 15 | 10 | 0 |

Nо. ITERATIONS = 12

4. Из полученного решения исходит, что минимальные затраты на составление рациона питания, содержащего все необходимые элементы составляют 32, 18 денежных единиц. То есть целевая функция:

min Z = 0.51\*3,943977+0.57\*1,056023+0.13\*13,9272+0.33\*1,072801+

+0.72\*35+0.22\*10=32,17792

Оптимальный рацион питания:

Х = (3,943977; 1,056023; 13,927200; 1,072801; 0; 35; 0; 10; 0)

то есть в рацион войдет:

Кукурузы –3,943977 кг

Жмыха – 1,056023 кг

Стеблей кукурузы – 13,9272 кг

Сена люцерны – 1,072801 кг

Силоса кукурузы – 35 кг

Свеклы кормовой – 10 кг

Остальные корма (сено суданки, свекла сахарная и комбикорм) в рацион не вошли.

5. Оптимальным планом двойственной задачи является следующий:

Y=(0; 0.000247; 0; 0; 0,004369; 0; 0,473236; 0; 0,104691; 0; 0,64976; 0; 0,217775; 0)

При этом целевая функция достигает своего максимального значения:

max F = 1758\*0,000247+660.8\*0,004369+5\*0,473236+15\*0,104691+

35\*0,64976+10\*0,217775=32,17792

Таким образом мы получили решение прямой двойственной задач, значения целевых функций которых равны:

Z(X)=F(Y)=32,17792

6. Проанализируем каждое ограничение двойственной задачи, подставляя вместо Y значения двойственных оценок

78\*0.000247 +4\*0.004369+1\*0.473236 =0.5099 <=0.51

356\*0.000247+2\*0.004369+1\*0.473236 =0.5699 <=0.57

14\*0.000247 +5\*0.004369+1\*0.104691 =0.12999<=0.13

116\*0.000247+45\*0.004369+1\*0.104691 =0.3299 <=0.33

65\*0.000247 +15\*0.004369+1\*0.104691 =0.18628<=0.38

19\*0.000247 +15\*0.004369+1\*0.64976 =0.71998<=0.72

12\*0.000247 +1\*0.217775 =0.2207 <=0.23

9\*0.000247 +1\*0.217775 =0.21999<=0.22

112\*0.000247+1\*0.473236 =0.5009 <=0.67

Из полученных данных видно, что все ресурсы используются оптимально, кроме сена суданки и комбикорма, которые вообще не вошли в рацион.

7. Для проведения анализа устойчивости оптимального плана прямой задачи при изменении коэффициентов целевой функции воспользуемся следующими данными, полученными с помощью ПЭВМ. Для этого в ответ на запрос RANGE вводим YES. Результы получим в следующем виде:

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

OBJ COEFFICIENT RANGES

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| VARIABLE | CURRENT | ALLOWABLE | ALLOWABLE |
|  | COEF | INCREASE | DECREASE |
| x1 | 0.51 | 0.07 | 0.381798 |
| x2 | 0.57 | 0.485098 | 0.07 |
| x3 | 0.13 | 0.177986 | 0.093040 |
| x4 | 0.33 | 0.761069 | 0.177986 |
| x5 | 0.38 | INFINITY | 0.193695 |
| x6 | 0.72 | INFINITY | 0.649760 |
| x7 | 0.23 | INFINITY | 0.009258 |
| x8 | 0.22 | 0.009258 | 0.217775 |
| x9 | 0.67 | INFINITY | 0.169071 |

Как видно коэффициенты Cj при Xj в целевой функции могут изменяться таким образом:

0,128202 < C1 < 0,58

0,5 < C2 < 1,055098

0,03696 < C3 < 0,307986

0,152014 < C4 < 1,091069

0,186305 < C5 < INFINITY

0,07024 < C6 < INFINITY

0,220742 < C7 < INFINITY

0,002225 < C8 < 0,229258

0,500929 < C9 < INFINITY

Если коэффициенты целевой функции лежат соответственно в заданных диапазонах, то оптимальный план прямой задачи остается без изменений.

Соответственно оптимальный план двойственной задачи будет устойчив при изменении правых частей ограничений, заложенных в следующей таблице.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ROW | CURRENT | ALLOWABLE | ALLOWABLE |
|  | RHS | INCREASE | DECREASE |
| 2 | 15.3 | 5.870109 | INFINITY |
| 3 | 1758 | 1116.54 | 298.960100 |
| 4 | 118 | 52.828530 | INFINITY |
| 5 | 45.8 | 139.823500 | INFINITY |
| 6 | 660.8 | 117.2392 | 43.69926 |
| 7 | 18.8 | 7.903641 | INFINITY |
| 8 | 5 | 4.409440 | 3.181932 |
| 9 | 20 | INFINITY | 15 |
| 10 | 15 | 8.567274 | 9.957481 |
| 11 | 35 | INFINITY | 20 |
| 12 | 35 | 2.886976 | 15.53039 |
| 13 | 60 | INFINITY | 25 |
| 14 | 10 | 10 | 10 |
| 15 | 20 | INFINITY | 10 |

**Выводы.**

На основе проведенной лабораторной работы можно сделать следующий вывод: полученное решение прямой задачи является оптимальным, то есть ферма, используя данный рацион минимизирует его себестоимость, при этом питательная ценность рациона находится в пределах норм.

**Список литературы**

1. А.Ф. Гамецкий, Д.И. Соломон Лабораторный практикум по курсу "Исследование операций" (для экономических специальностей), Кишинев, 1995.

2. Конспект лекций по предмету «Исследование операций» доктора экономики В. П. Зубрицкого