Академия

Кафедра Физики

Реферат

«Основные положения синтеза электрических цепей»

Орёл 2009

**Содержание**

Введение………………………………………………………………………..3

Понятие о синтезе электрических цепей……………………………………..4

Условия физической реализуемости передаточных функций……………...4

Этапы решения задачи синтеза ЭЦ…………………………………………...7

Методы аппроксимации заданных характеристик…………………………..9

Литература…………………………………………………………………….16

**Введение**

Важнейшей составной частью проектирования систем передачи и обработки информации, а также их компонентов, является задача синтеза, под которым понимают построение цепей с заданными свойствами.

Главное в задачах синтеза, непременно подлежащее исполнению, состоит в том, что проектируемая цепь должна воспроизводить с необходимой точностью одну или несколько заданных характеристик.

**Понятие о синтезе электрических цепей**

Приближенное описание требуемых свойств с помощью математических уравнений, функций, алгоритмов и т.д. в дальнейшем будем называть математической моделью.

Если по ней можно построить электрическую схему, то такую модель называют удовлетворяющей условиям физической реализуемости (УФР) или осуществимости (УФО).

Отметим также тот факт, что одной и той же математической моделью, удовлетворяющей УФР, могут быть поставлены в точное соответствие не одна, а множество схем.

Очевидно, что формулирования УФР для той или иной математической модели не представляются возможным без знания свойств функций линейных электрических цепей. В задачах анализа и синтеза ЛРТУ чаще других используются физически осуществимые математические модели в виде:

* операторных передаточных функций [Т(p),Z(p),Y(p)];
* комплексных передаточных функций [T(jω), АЧХ, ФЧХ];
* временных характеристик [h(t), g(t)].

Рассмотрим свойства лишь некоторых из них, которые в наибольшей мере используются в задачах синтеза ТЭЦ.

**Условия физической реализуемости передаточных функций**

а) Свойства операторных передаточных функций.

Перечислим основные свойства операторных передаточных функций и квадрата АЧХ пассивных цепей :

1. Передаточная функция является дробно-рациональной функцией с вещественными коэффициентами. Вещественность коэффициентов объясняется тем, что они определяются элементами схемы.
2. Полюсы передаточных функций располагаются в левой полуплоскости комплексной переменной . На расположение нулей ограничений нет. Докажем это свойство на примере передаточной функции . Выберем входное воздействие или в операторной форме . Изображение выходного напряжения  в этом случае численно равно , т.е.

 ,

где W(p)-полином числителя передаточной функции; А1, А2,… Аm-коэффициенты разложения дробно-рациональной функции на сумму простых дробей. Перейдем от изображения к оригиналу :

(1)

где в общем случае .

В пассивных и устойчивых активных четырёхполюсниках колебания на выходе четырёхполюсника после прекращения воздействия должны иметь затухающий характер. Это означает, что вещественные части полюсов должны быть отрицательными, т.е. полюсы должны находиться в левой полуплоскости переменной p.

3. Степени полиномов числителей передаточной функции и квадрата АЧХ не превышают степеней полиномов знаменателей , т.е. . Если бы это свойство не выполнялось, то на бесконечно больших частотах АЧХ принимало бы бесконечно большое значение (т.к. числитель рос бы с увеличением частоты быстрее знаменателя), т.е. цепь обладала бесконечным усилением, что противоречит физическому смыслу.

Итак, будем считать, что ОПФ соответствует УФР, если Т(р) имеет:

- дробно-рациональную математическую конструкцию ();

- вещественные коэффициенты ;

- полином знаменателя – полином Гурвица V(p).

б) свойства комплексных передаточных функций.

## Из формулы (1) при Р=jω получаем



где  – чётные части полинома, есть функции вещественные;

 – нечётные части полинома являются функциями мнимыми.

Из полученного выражения находим

;

;

Таким образом, АЧХ является иррациональной четной функцией частоты ω,а ФЧХ – нечётной, трансцендентной функцией.

Для математического моделирования более удобной является функция



поскольку она во всех случаях есть чётная дробно-рациональная функция.

Её свойства вытекают непосредственно из свойств КПФ и АЧХ и позволяют в простом виде выразить УФР соответствующих математических моделей. Итак, для {АЧХ}2 эти условия имеют следующий вид:

* дробно-рациональные математические конструкции;
* вещественность коэффициентов;
* чётность функций числителя и знаменателя;
* {АЧХ}2  0 для всех ω Є(0,).

Свойства временных характеристик реальных цепей предлагается изучить самостоятельно.

**Этапы решения задачи синтеза ЭЦ**

Суть задачи синтеза в наиболее общем виде заключается в отыскании цепи, обладающей требуемыми характеристиками или свойствами и имеющей в своём составе элементы только заранее определенных разновидностей, которые в дальнейшем будем именовать элементным базисом.

Предположим, простоты ради, что синтезируемая цепь должна воспроизводить только одну характеристику ξ (х), под которой может подразумеваться АЧХ, характеристика затухания, временные характеристики и т.д.

В качестве аргумента с «х» чаще всего выступают частота или время.

Как правило ξ (х) задаётся либо в виде графика, либо таблицы и, несколько реже ξ в виде аналитического выражения.

Требуемая функция f (х) всегда задаётся в некотором интервале х Є(ха, хb), который принято называть рабочим интервалом.

Проектируемая цепь на этом интервале в идеальном случае должна иметь соответствующую функцию f (х) точно совпадающей с ξ (х).

Однако этого добиться практически невозможно, да и нет в этом необходимости. Важно, чтобы цепью конечной сложности обеспечивалась необходимая точность совпадений функций f (х) и ξ (х).

Математическое расстояние ρ{ξ(x),f(x)} как характеристика близости функций конструируется таким образом, чтобы это было одно единственное положительное число. В теории синтеза ЭЦ обычно используется Чебышевская оценка точности совпадения функций ξ (х) и f (х). (ЧОТС)

При этом математическое расстояние между ξ (х) и f (х) определяется следующим выражением



Геометрический смысл чебышевской оценки точности иллюстрируется графиками (рисунок 1).

В общем случае, при синтезе (проектировании) электрических цепей можно выделить два существенных этапа, которые будут рассмотрены в дальнейшем:

1. Нахождение такой f (х), удовлетворяющей УФР, чтобы в рабочем интервале  , где - заданная точность воспроизведения. Назовём это этапом аппроксимации.
2. Конструирование по найденной f (х) электрической цепи. Назовём это этапом реализации.



Рисунок 1.

**Методы аппроксимации заданных характеристик**

В общем случае задача аппроксимации состоит в конструировании функций , удовлетворяющей УФР в заданном элементном базисе и воспроизводящей с требуемой точностью в рабочем интервале заданную графически (либо таблицей, либо аналитически) зависимость ξ(х), α– варьируемые коэффициенты, значения которых и должны быть найдены в результате решения задачи аппроксимации.

Из-за недостатка времени не представляется возможным осветить все известные методы решения этой задачи. Поэтому остановимся с одной стороны на простейшей из них, имеющих достаточно большую историю их практического применения, а с другой стороны – с современными численными методами, являющимися не только универсальными, но и самыми эффективными при отыскании оптимальных решений с помощью ЭВМ.

а) Интерполирование функций

При интерполировании коэффициенты аппроксимирующей функции  выбираются такими, чтобы значения заданной функции ξ(х) совпадали бы в некотором числе заранее выбранных точек х1, х2,.....,хn, называемыми точками или узлами интерполирования.

Ясно, что указанное условие позволяет составить систему из N уравнений с N неизвестными



Её решение позволяет определить все варьируемые параметры .

Преимущества метода:

* ξ (х) может быть задана в любой форме;
* простота решения.

Наряду с преимуществами, метод интерполирования обладает двумя существенными недостатками:

* в ходе решения задачи аппроксимации не контролируется точность приближения функций δ;
* полученная аппроксимирующая функция f (x) может не удовлетворять УФР. В этом случае выбираются новые узлы интерполирования, хотя и в этом случае нет гарантии выполнения УФР.

б) Аппроксимация по Тейлору.

Этот вид аппроксимации требует задания функции ξ (х) в виде аналитического выражения. При этом функции f (x) и ξ (х) должны допускать разложение в ряд Тейлора в некоторой точке x=х0.

Если N – число варьируемых коэффициентов функции f (х), то в точке x=х0 должны быть равны значения функций f (х) и ξ (х), а также N-1 их производных младших порядков, т.е.



Решив систему уравнений, найдём значения параметров (коэффициенты уравнения f (х)).

Хотя такой аппроксимации присущи как и при интерполировании недостатки, однако на практике она находит широкое применение.

в) Аппроксимация по Чебышеву.

Аппроксимация по Чебышеву, или равномерная наилучшая аппроксимация, формулируется как задача отыскания таких коэффициентов аппроксимирующей функции f (х), при которых наибольшее отклонение функции f (х) от заданной аналитически ξ (х) в интервале аппроксимации было бы минимальным, то есть находится



Задача равномерного наилучшего приближения функций была впервые сформулирована великим русским математиком П.Л. Чебышевым (1821-1894), а указанные им общие методы её решения заложили основы теории приближения функций, развитой в работах наших соотечественников Е.И. Золотарёва, А.А, Макарова, С.Н. Бернштейна и др.

Простейшим и наиболее полно изученным случаем чебышевской аппроксимации является задача полиномиального приближения.

Будем полагать, что функция ξ (х) непрерывна на заданном интервале. Тогда оказывается справедливой следующая теорема Чебышева:

Для того, чтобы полином f(х) степени n наименее отклонялся от заданной функции ξ(х) в интервале ха<х<хb. необходимо и достаточно, чтобы в этом интервале разность  достигала своих наибольших по абсолютной величине значений не менее чем n+2 раза, причём знаки этих наибольших отклонений должны чередоваться.

На рисунке 2 показан результат чебышевской аппроксимации некоторой функции ξ (х) алгебраическим полиномом 3-ей степени (n=3).



Рисунок 2.

Здесь число наибольших отклонений в интервале равно n+2=5, знаки отклонений чередуются, а по величине отклонения равны.

Отметим, что отыскание полиномов f(х), отвечающим указанным требованиям, является весьма трудоемкой задачей.

В случаях, когда функция ξ(х) задана в табличной или графической форме или задача равномерного наилучшего приближения не имеет аналитического решения, используются в настоящее время численные методы математического программирования.

г) Численные методы решения задачи чебышевской аппроксимации.

Эти методы позволяют осуществить наилучшее равномерное приближение заданных на любом конечном интервале зависимостей произвольного вида.

Рассмотрим один из вариантов численных методов, сводящихся к задаче линейного программирования.

Пусть на интервале  задана некоторая, показанная на рисунке 3 зависимость ξ(х) и её нужно наилучшим образом в смысле чебышевского критерия близости аппроксимировать функцией f (х) в качестве которой, ради простоты изложения существа метода, возьмём алгебраический полином 2-ой степени т.е.

f(х) = а0х2+а1х+а2



Рисунок 3.

Заменим указанный интервал некоторой совокупностью точек ха, х1,...., х.. и пусть их число будет равно α. Функцию ξ(х) также заменим совокупностью точек

ξ (ха), ξ (х1),...., ξ (хb) и будем решать задачу чебышевской аппроксимации этой совокупности точек полиномом f(х) = а0х2+а1х+а2 .

Можно доказать, что если число точек взято достаточно большое, то результаты решения непрерывной и дискретной задач чебышевского приближения совпадают, с точностью до бесконечно малой величины.

Экспериментально установлено, что при аппроксимации полиномами практически достаточным будет выбор числа точек, в 5-10 раз превышающего степень полинома.

Для выбранных точек можно записать следующую систему из неравенства:

 (2)

В качестве целевой функции выберем параметр δ, который будем минимизировать путём подбора коэффициентов а0, а1, а2, т.е. .

В приведённой постановке решаемая задача полностью вписывается в основную задачу линейного программирования и может быть решена по стандартным программам. Найденные в результате решения этой задачи коэффициенты а0, а1, а2 и будут определять полином наилучшего приближения. Аналогичным образом решается задача чебышевского приближения дробно-рациональными функциями.

Достоинства численных методов:

* применимость метода для аппроксимации ξ (х) произвольного вида, заданной аналитически, либо графически, либо таблицей;
* возможность простого введения в задачу аппроксимации УФР в виде ограничений, дополняющих систему (2).

**Литература**

1. Белецкий А.Ф. «Теория линейных электрических цепей » Москва 1986 - с. 375-379, 407-414.

# Белецкий А.Ф. « Линейные устройства аппаратуры связи. Конспект лекций» - с. 32-39.

* 1. Бакалов В.П. «Теория электрических цепей» Москва «Радио и связь» 1998- с.368-390