**Основы моделирования производственных процессов**

Наблюдение, анализ и моделирование являются средствами познания и прогнозирования процессов, явлений и ситуаций во всех сферах объективной действительности. Наблюдения за явлениями природы, постановка экспериментов позволили установить физические законы. Эти законы проявляются в определенных количественных соотношениях между параметрами процесса или явления независимо от того, происходят ли они в действительности или их реализацию можно только представить.

Знание физических законов позволяет облечь их в ту или иную математическую форму, после чего, решая дифференциальные, алгебраические уравнения или производя другие вычисления, мы получим значения интересующих нас параметров или показателей.

В процессе моделирования очень важным является системное представление о рассматриваемом объекте (систематизация), первое и главное свойство которого – наличие цели, для реализации которой предназначается рассматриваемая совокупность предметов, явлений, логических представлений, формирующих объект. Цель функционирования системы редуцирует системные признаки, с помощью которых описываются, характеризуются элементы системы. При изменении цели другими могут стать как существенные системные признаки, так и связи с внешней средой.

Для выделения системы требуется наличие:

1. цели, для реализации которой формируется система;
2. объекта исследования, состоящего из множества элементов, связанных в единое целое важными, с точки зрения цели, системными признаками;
3. субъекта исследования («наблюдателя»), формирующего систему;
4. характеристик внешней среды по отношению к системе и отражения ее взаимосвязей с системой.

Наличие субъекта исследования и некоторая неоднозначность, субъективность при выделении существенных системных признаков вызывают значительные трудности для однозначного выделения системы и соответственно ее универсального определения.

Изложенное выше дает возможность определить систему как упорядоченное представление об объекте исследования с точки зрения поставленной цели. Упорядоченность заключается в целенаправленном выделении системообразующих элементов, установлении их существенных признаков, характеристик взаимосвязей между собой и с внешней средой. Системный подход, формирование системы позволяют выделить главное, наиболее существенное в исследуемых объектах и явлениях; игнорирование второстепенного упрощает, упорядочивает в целом изучаемые процессы. Для анализа многих сложных объектов и ситуаций такой подход важен сам по себе, однако, как правило, построение системы служит предпосылкой для разработки или реализации модели конкретной ситуации или объекта.

Описанный подход предполагает ясность цели исследования и детерминированное к ней отношение всех элементов системы, взаимосвязь между ними и с внешней средой. Такие системы называют детерминированными.

Альтернативу представляют системы со стохастической структурой (случайной природы), когда либо отсутствует ясно выраженная цель исследования, либо по отношению к ней нет полной определенности, какие признаки считать существенными, а какие – нет; то же относится и к связям элементов системы с внешней средой.

Методы построения и исследования стохастических систем, как правило, более сложны, чем детерминированных. В некоторых случаях существуют способы сведения стохастических систем к специальным образом построенным детерминированным.

Структура и свойства модели зависят от целей, для достижения которых она создается. В этом органическое единство системы и модели. Если неизвестна цель моделирования, то неизвестно и с учетом каких свойств и качеств надо строить модель.

Модель определяется как формализованное представление об объекте исследования с точки зрения поставленной цели.

Различия между определениями системы и модели состоят в том, что систематизация предполагают лишь упорядочение, тогда как моделирование – формализацию взаимосвязей между элементами системы и с внешней средой.

Под моделированием понимается исследование объектов познания не непосредственно, а косвенным путем, при помощи моделей.

**Типы моделей**

Модели можно различать по ряду признаков: характеру моделируемых объектов, сферам приложения, глубине моделирования, средствам моделирования. По последнему признаку методы моделирования делятся на две группы: материальное (предметное) и идеальное.

Материальное моделирование, основывающееся на материальной аналогии моделируемого объекта и модели, осуществляется с помощью воспроизведения основных геометрических, физических, других функциональных характеристик изучаемого объекта. Частным случаем материального моделирования является физическое моделирование, по отношению к которому, в свою очередь, частным случаем является аналоговое моделирование. Оно основано на аналогии явлений, имеющих различную физическую природу, но описываемых одинаковыми математическими соотношениями. Пример аналогового моделирования – изучение механических колебаний с помощью электрической системы, описываемой теми же дифференциальными уравнениями. Так как эксперименты с электрической системой обычно проще и дешевле, она исследуется в качестве аналога механической системы.

Идеальное моделирование отличается от материального принципиально. Оно основано на идеальной, или мыслимой, аналогии. В экономических исследованиях это основной вид моделирования. Идеальное моделирование, в свою очередь, разбивается на два подкласса: знаковое (формализованное) и интуитивное.

Интуитивное моделирование встречается в тех областях науки, где познавательный процесс находится на начальной стадии или имеют место очень сложные системные взаимосвязи. Такие исследования называют мысленными экспериментами. В экономике до последнего времени в основном применялось интуитивное моделирование; оно описывает практический опыт работников.

При знаковом моделировании моделями служат схемы, графики, чертежи, формулы. Важнейшим видом знакового моделирования является математическое моделирование, осуществляемое средствами логико-математических построений.

**Методы математического описания элементов и систем управления**

Анализ процессов, происходящих в системах, и эффективное решение задач расчета, проектирования и конструирования систем и устройств возможны лишь с применением языка и методов математики. Причем первым этапом при исследовании или конструировании системы является составление математического описания (математической модели) ее элементов и системы в целом.

Составление математического описания конструктивного элемента системы состоит из следующих последовательных процедур: принятие исходных допущений; выбор входных и выходных переменных; выбор систем отсчета для каждой переменной; применение физического, экономического или иного принципа или закона, отражающего в математической форме закономерности протекания процесса.

**Математическая**

**модель**

принятие исходных допущений

выбор входных и выходных переменных

выбор систем отсчета для каждой переменной

применение физического, экономического или иного принципа или закона, отражающего в математической форме закономерности протекания процесса

Наиболее распространенной, а также наиболее общей и полной формой описания передаточных свойств систем (автоматических систем) и их элементов являются обыкновенные дифференциальные уравнения. Для большинства реальных элементов исходное уравнение, составленное строго в соответствии с законами физики, оказывается нелинейным. Это обстоятельство сильно усложняет все последующие процедуры анализа. Поэтому всегда стремятся перейти от трудно разрешимого нелинейного уравнения к линейному дифференциальному уравнению, обычно записываемого в символической или операторной форме, вида

**(a0pn + a1pn-1 +… + an) y(t) = (b0pm + b1pm-1 +… + bm) x(t),**

где: x(t) и y(t) – соответственно входная и выходная величины элемента или системы;

ai, bi – коэффициенты уравнения;

p – оператор, сокращенное условное обозначение операции дифференцирования: d/dt = p.

Еще одним из распространенных методов описания и анализа автоматических систем является операционный. В основе метода лежит преобразование Лапласа

**X(p) = L [x(t)] = x(t) e-pt dt,**

которое устанавливает соответствие между функциями действительной переменной t и функциями комплексной переменной p.

Функциональные элементы, используемые в системах управления, могут иметь самое различное конструктивное исполнение и самые различные принципы действия. Однако общность математических выражений, связывающих входные и выходные величины различных функциональных элементов, позволяет выделить ограниченное число так называемых типовых алгоритмических звеньев. Каждому такому звену соответствует определенное математическое соотношение между входной и выходной величинами. Если это соотношение является элементарным (например, дифференцирование, умножение на постоянный коэффициент), то и звено называется элементарным.

Алгоритмические звенья, которые описываются обыкновенными дифференциальными уравнениями первого и второго порядка, получили название типовых динамических звеньев. Наиболее часто встречающиеся звенья: безынерционное (пропорциональное), инерционное первого порядка (апериодическое), инерционное второго порядка (апериодическое или колебательное), интегрирующее, дифференцирующее, изодромное (пропорционально-интегрирующее), форсирующее (пропорционально-дифференцирующее), интегро-дифференцирующее (с преобладанием интегрирующих либо дифференцирующих свойств), запаздывающее.

Приведем примеры реальных устройств, которые соответствуют определению типового динамического звена.

Типичный пример безынерционного звена, являющегося простейшим среди всех типовых звеньев, – редуктор. Его передаточные свойства описываются алгебраическим уравнением

или

,

где *k = b/a* – передаточный коэффициент редуктора, который зависит от соотношения диаметров или чисел зубьев ведомой и ведущей шестерен.

Реальными интегрирующими звеньями являются электрические исполнительные двигатели постоянного и переменного тока. Дифференциальное уравнение (в операторной форме) идеального интегрирующего звена выглядит следующим образом:

,

где *k* – коэффициент пропорциональности, зависящий от конструктивных параметров устройства.

Запаздывающее звено передает сигнал со входа на выход без искажения его формы. Однако все мгновенные значения входной величины выходная величина принимает с некоторым отставанием (запаздыванием). Способностью задерживать сигнал во времени, не изменяя его формы, обладают многие элементы промышленных автоматических систем. В первую очередь к таким элементам относятся транспортирующие устройства – конвейеры и трубопроводы.

Уравнение запаздывающего звена

,

где τ – время запаздывания.

В операционной форме передаточная функция запаздывающего звена выглядит следующим образом:

Если запаздывающее звено входит в контур системы управления, то характеристическое уравнение системы будет уже не простым алгебраическим, а трансцендентным. Решение и анализ трансцендентных уравнений связаны с большими трудностями. Поэтому часто в практических расчетах трансцендентную передаточную функцию (1.7) раскладывают в ряд Пада и, учитывая только первые два члена ряда, приближенно заменяют ее дробно-рациональной функцией:

Запаздывающие звенья в большинстве случаев ухудшают устойчивость систем и делают их трудно управляемыми.

В заключение необходимо отметить, что методика анализа, основанная на расчленении системы на типовые звенья, широко вошла в практику инженерных расчетов, выполняемых в процессе конструирования, и в настоящее время является доминирующей.

Литература

1. Стехин А.П. Основы конструирования, моделирования и проектирования систем управления производственными процессами: Учеб. пособие. – Донецк: ДонГАУ, 2008.
2. Лукас В.А. Основы теории автоматического управления. – М.: «Недра», 1977.
3. Основы теории оптимального управления: Учеб. Пособие для эконом. вузов/ В.Ф. Кротов, Б.А. Лагоша, С.М. Лобанов и др.; Под ред. В.Ф. Кротова. – М.: Высш. Шк., 2008.
4. Иванилов Ю.П., Лотов А.В. Математические модели в экономике. – М.: «Наука», 2007