Пример решения задачи

по разделу «Переходные процессы»

Задача. Дана электрическая цепь, в которой происходит коммутация (Рис. 1). В цепи действует постоянная ЭДС **Е**. Требуется определить закон изменения во времени токов и напряжений после коммутации в ветвях схемы.

Задачу следует решить двумя методами: классическим и операторным. На основании полученного аналитического выражения построить график изменения искомой величины в функции времени в интервале от t = 0 до t = , где – меньший по модулю корень характеристического уравнения.

Параметры цепи: R1 = 15 Ом; R2 = 10 Ом; С = 10 мкФ; L = 10 мГ; Е = 100 В.

Решение.

Классический метод.

Решение задачи получается в виде суммы принужденного и свободного параметра:

i(t) = iпр(t) + iсв(t); u(t) = uпр(t)+ uсв(t), (1)

где , а .

1. Находим токи и напряжения докоммутационного режима для момента времени t = (0–). Так как сопротивление индуктивности постоянному току равно нулю, а емкости – бесконечности, то расчетная схема будет выглядеть так, как это изображено на рис. 2. Индуктивность закорочена, ветвь с емкостью исключена. Так как в схеме только одна ветвь, то ток i1(0–) равен току i3(0–), ток i2(0–) равен нулю, и в схеме всего один контур.

Составляем уравнение по второму закону Кирхгофа для этого контура:

,

откуда

 = 4 А.

Напряжение на емкости равно нулю [uC(0–) = 0].

2. Определим токи и напряжения непосредственно после коммутации для момента времени t = 0+. Расчетная схема приведена на рис. 3. По первому закону коммутации iL(0–) = iL(0+), т.е. ток i3(0+) = 4 А. По второму закону коммутации uC(0–) = uC(0+) = 0.

Для контура, образованного ЭДС Е, сопротивлением R2 и емкостью С, согласно второго закона Кирхгофа имеем:

или

;

i1(0+) = i2(0+) + i3(0+) = 14 А.

Напряжение на сопротивлении R2 равно Е – uC(0+) = 100 В, напряжение на индуктивности равно напряжению на емкости.

3. Рассчитываем принужденные составляющие токов и напряжений для . Как и для докоммутационного режима индуктивность закорачивается, ветвь с емкостью исключается. Схема приведена на рис. 4. и аналогична схеме для расчета параметров докоммутационого режима.

 = 10 А;

 = 100 В; ;

4. Определяем свободные составляющие токов и напряжений для момента времени t = 0+, исходя из выражений i(0+) = iпр(0+) + iсв(0+) и u(0+) = uпр(0+) + uсв(0+).

iсв1(0+) = 4 А; iсв2(0+) = 10 А; iсв3(0+) = –6 А; uсвL(0+) = uсвС(0+) = 0; .

5. Определяем производные свободных токов и напряжений в момент времени непосредственно после коммутации (t = 0+), для чего составим систему уравнений, используя законы Кирхгофа для схемы, изображенной на рис. 3, положив Е = 0.

;

 (2)

Производную тока через индуктивность можно найти, используя выражение: , а производную напряжения на емкости – из уравнения . Т.е.

 и ,

откуда

; (3)

Подставляя (3) в (2), после решения получаем:

; ; ;

Все полученные результаты заносим в таблицу.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | i1 | i2 | i3 | uL | uC | uR2 |
| t = 0+ | 14 | 10 | 4 | 0 | 0 | 100 |
|  | 10 | 0 | 10 | 0 | 0 | 100 |
|  | 4 | 10 | –6 | 0 | 0 | 0 |
|  | –105 | –105 | 0 | 106 | 106 | –106 |

6. Составляем характеристическое уравнение. Для этого исключим в послекоммутационной схеме источник ЭДС, разорвем любую ветвь и относительно разрыва запишем входное сопротивление для синусоидального тока . Например, разорвем ветвь с сопротивлением R2:

.

Заменим j на *р* и приравняем полученное уравнение нулю. Получим:

или

R2CLp2 + pL + R2 = 0.

Откуда находим корни р1 и р2.

 р1 = –1127, р2 = –8873.

7. Определим постоянные интегрирования А1 иА2. Для чего составим систему уравнений:

;



или

;

Например, определим постоянные интегрирования для тока i1 и напряжения uL. Для тока i1 уравнения запишутся в следующем виде:

4 = А1i + А2i;

.

После решения: А1i = –8,328 А, А2i = 12,328 А.

для напряжения uL:

;

.

После решения: = 129,1 В, = –129,1 В.

8. Ток i1 cогласно (1) изменяется во времени по закону:

i1(t) = 10 – 8,328е–1127t + 12,328e–8873t,

а напряжение uL:

uL(t) = 129,1e–1127t – 129,1 e–8873t.