**Перемешивание жидкостей**

Джулио М. Оттино

Простое двумерное периодическое движение вязкой жидкости может стать хаотическим, что приведет к эффективному перемешиванию. Эксперименты и компьютерное моделирование проясняют механизм этого явления

Что общего между катастрофическим извержением вулкана Кракатау, изготовлением слоеного теста и яркостью звезд? Везде в той или иной степени присутствует перемешивание. Интенсивное перемешивание магмы могло инициировать извержение Кракатау; разминание и вытягивание — операции, лежащие в основе любого перемешивания, — производятся при замесе слоеного теста, а перемешивание вещества внутри звезды определяет ее химический состав и яркость. Примеры перемешивания можно обнаружить буквально всюду во Вселенной. Временные и пространственные масштабы этих явлений меняются в огромных пределах. Газ, попадающий в атмосферу, смешивается с окружающим воздухом за считанные секунды, тогда как процессы перемешивания в мантии Земли длятся несколько сотен миллионов лет и даже больше.

Перемешивание имеет также решающее значение в современной технологии. Оно позволяет химикам контролировать химические реакции для производства полимерных материалов с уникальными свойствами и распределять добавки, уменьшающие вязкое трение в трубопроводах. Однако, несмотря на вездесущность как в природе, так и в производстве, процесс перемешивания до сих пор остается до конца не ясным. Исследователи в разных областях не могут пока даже установить общую терминологию для него и используют разные названия.

Несомненно одно — процесс перемешивания является чрезвычайно сложным и обнаруживается в самых разнообразных системах. При создании теории перемешивания приходится рассматривать, например, растворимые и частично растворимые, химически активные и инертные жидкости, медленные ламинарные потоки, а также быстрые турбулентные потоки. Поэтому неудивительно, что не существует единой теории, способной детально объяснить процесс перемешивания в жидкостях, и что прямыми вычислениями невозможно охватить все важные аспекты этого явления.

Тем не менее определенная информация о процессе перемешивания может быть получена как с помощью физических экспериментов, так и с использованием компьютерного моделирования. В течение последних лет мои сотрудники и я пытались использовать оба подхода для изучения различных аспектов этого процесса, особенно перемешивания в медленных потоках и вязких, маслоподобных жидкостях.

Хорошим примером служит смешивание двух масляных красок. Буквально через несколько секунд получается красочная картина вытянутых и искривленных полос. (Иногда такой «мраморный» рисунок используют для украшения обложек и последних страниц книг.) Если же их целенаправленно не перемешивать, то между узорами из полос могут остаться несмешанные «островки» чистых красок. При перемешивании вязких жидкостей могут получаться не только необычно сложные, но и в некоторой степени регулярные и когерентные структуры.

Вместе со студентами Массачусет-ского университета в Амхерсте мы проводили исследования для выяснения характеристик потоков, в которых возникают подобные структуры. Они включали эксперименты и компьютерное моделирование процессов, напоминающих перемешивание двух красок. В некоторых экспериментах в бесцветный глицерин, находящийся в глубокой полости, вводились капли окрашенного глицерина. Когда стенки полости приводились в периодическое движение, в такой вязкой жидкости возникали сдвиговые силы, которые могли весьма причудливым образом вытягивать и изгибать окрашенную каплю. Довольно скоро внутри полости появлялась сложная картина складок, которые в свою очередь образуют складки. Однако такая же капля в точно такой же прямоугольной полости могла почти не испытывать вытягивания, а лишь смещаться и поворачиваться, но при этом периодически возвращаться в первоначальное положение. В чем причина такого разного поведения?

**Основы механики жидкостей**

Ключом к пониманию основных аспектов смешивания является концепция «движения» — идея, восходящая к XVIII в. и связанная с именем известного математика Леонарда Эйлера. «Движение» жидкости описывается математическим выражением, показывающим, в какой точке пространства будет находиться каждый элемент жидкости в любой момент времени в будущем. Если «движение» для данного потока известно, то в принципе можно узнать почти все и о перемешивании, которое этот поток может произвести. Например, можно вычислить силы и полную энергию, необходимую для достижения нужной степени перемешивания в системе.

В прошлом веке такой подход сменился описанием через поле скоростей жидкости, когда задается выражение для скорости в каждой точке потока в любой момент времени. Однако, зная «движение», можно легко вычислить поле скоростей, тогда как знание поля скоростей не позволяет явно вычислить «движение». Поскольку описание потока через «движение» жидкости является более фундаментальным, мои сотрудники и я предпочитаем работать, придерживаясь этой концепции, хотя многие могут считать ее устаревшей.

Рис 1. ХАОТИЧЕСКИЙ И НЕХАОТИЧЕСКИЙ потоки. Снимки получены К. Ленгом и автором статьи в Массачусетсом университете в Амхерсте. Полость прямоугольной формы заполнена глицерином, непосредственно под поверхность которого были введены две пробные капли, флуоресцирующие красным и зеленым светом (вверху). Каждая стенка полости может независимо от других перемещаться параллельно самой себе. В этом эксперименте верхняя и нижняя стенки совершали периодическое прерывистое движение.

Верхняя стенка в течение некоторого времени двигалась слева направо и затем останавливалась. В этот момент нижняя стенка начинала двигаться с той же скоростью справа налево и двигалась столько же времени, сколько верхняя, завершая один период. После 10 периодов (внизу) красная капля вытянулась и многократно изогнулась, образовав складки: она попала в область хаотического перемешивания. Зеленая капля лишь несколько вытянулась — это «остров» нехаотического перемешивания.

В основе описания через «движение» лежит так называемое точечное преобразование — математическая операция, переводящая каждую данную частицу жидкости в определенную точку пространства в некоторый момент времени в будущем. Таким образом, с помощью этого преобразования каждая частица переводится в новое положение. Частицы, первоначально находящиеся в разных точках, никогда не могут одновременно занимать одно и то же положение, и одна частица никогда не может одновременно занять два положения (раздвоиться). Хотя теоретически такие точечные преобразования существуют для любых перемешивающих потоков, явно найти их можно только для простейших систем. Поэтому многое из того, что известно о перемешивании, ограничено случаями весьма простых потоков, таких как прямолинейные потоки, в которых след пробной частицы остается прямым. Потоки такого типа не могут приводить к процессам, обеспечивающим эффективное перемешивание, поскольку оно обусловлено именно криволинейностью траекторий частиц жидкости. Чтобы получить представление об этих процессах, необходимо рассмотреть стационарные двумерные потоки.

**Двумерные потоки**

Все двумерные потоки построены из одинаковых «блоков», связанных с гиперболическими (седловыми) и эллиптическими точками (см. рисунок 4). К гиперболической точке жидкость движется в одном направлении, от нее — в другом, а эллиптическую точку жидкость обтекает. (Следует упомянуть также точки третьего типа, которые называют параболическими. В этих точках происходит сдвиговое, или тангенциальное, течение, подобное, например, течению жидкости вдоль твердой стенки. При описании механизма перемешивания в двумерных потоках параболическими точками можно пренебречь.) Как можно было ожидать, перемешивание в стационарном двумерном потоке менее эффективно по сравнению с перемешиванием в трехмерных потоках, особенно если последние нестационарны во времени. Действительно, в стационарном ограниченном двумерном потоке есть только две возможности: частицы жидкости либо периодически проходят один и тот же путь, называемый линией тока, либо не двигаются совсем.

Поскольку в стационарном потоке линии тока фиксированы и траектории частиц жидкости никогда не пересекаются, они не могут войти в контакт друг с другом, т. е. перемешаться. Существует ли какой-нибудь способ избежать ограничений, связанных с необходимостью двигаться периодически по одному и тому же пути вдоль линии тока? Такой способ есть. Для этого надо заставить поток меняться со временем так, чтобы линии тока, соответствующие картинам течения в разные моменты времени, пересекались.

Наиболее просто этого можно добиться (и произвести теоретический анализ), если поток будет периодически меняться во времени. Чтобы такой поток приводил к эффективному перемешиванию, необходимы периодически повторяющиеся вытягивания и изгибы участков жидкости и возврат их в первоначальное положение. Процедура вытягивания и образования складок соответствует так называемой подковообразной структуре, описанной С. Смейлом из Калифорнийского университета в Беркли.

|  |  |
| --- | --- |
| 1 ПЕРИОД  | 3 ПЕРИОДА  |
| 8¼ ПЕРИОДА  | 8½ ПЕРИОДА  |
| 5 ПЕРИОДОВ  | 8 ПЕРИОДА  |
| 8¾ ПЕРИОДА  | 9 ПЕРИОДОВ  |
| Рис 2. ВЫТЯГИВАНИЕ И ОБРАЗОВАНИЕ СКЛАДОК при хаотическом перемешивании. Наблюдение ведется с помощью последовательного фотографирования изменений формы пробной капли красного цвета. Условия эксперимента те же, что в опытах, показанных на рис. 1. Вытянуто-складчатая структура отчетливо видна уже после трех периодов движения. Зеленый «остров», указывающий на область в основном нехаотического перемешивания, и складки, соответствующие участкам хаотического перемешивания, движутся относительно стенок полости, возвращаясь в первоначальное положение (в некоторой степени деформированными) после каждого периода. Небольшой отросток, образовавшийся у зеленой капли, показывает, что она совершает сложное вращение. Если провести эксперимент в обратном порядке, то зеленая капля практическивосстановит форму и возвратится в начальное положение, поскольку ошибка в описании ее движения при обратном прохождении увеличивается линейно. Обратное восстановление красной капли совершенно невозможно, поскольку в этом случае ошибка растет экспоненциально.  |

То, что для достижения более эффективного перемешивания материала необходимо часть его возвращать в первоначальное положение, противоречит обычным представлениям. Тем не менее, если смешивание проводится в ограниченной системе, альтернативы не существует. Если, например, периодически пускать стрелы в цель, со временем какая-нибудь из них случайно попадает очень близко к другой — просто по той причине, что площадь мишени ограниченна. Точно так же при многократном повторении вытягиваний и изгибов участков жидкости в замкнутой полости некоторые частицы в определенный момент времени обязательно окажутся сколь угодно близко к своему первоначальному положению.

Если через некоторое время в периодически меняющемся потоке частица возвращается точно в свое первоначальное положение, то она определяет так называемую периодическую точку. В зависимости от числа периодов, необходимых для возврата частицы в первоначальное положение, эти точки называют периодическими с периодом один, два и т. д. Их можно классифицировать так же, как эллиптические и гиперболические в зависимости от направления потока в непосредственной близости от них.

Поскольку эллиптическая периодическая точка циклически движется по замкнутой траектории, частицы жидкости вблизи этой точки не только циркулируют вокруг нее (как это было бы в случае неподвижной эллиптической точки), но и перемещаются вместе с ней. Однако, несмотря на то, что в этой области частицы жидкости совершают вращательное и поступательное движения, перемещения вещества в остальную часть жидкости не происходит. Такие области видны как «островки»; перемешивание в них идет медленно. Поскольку вещество не может ни войти, ни покинуть окрестность эллиптической периодической точки, такие точки представляют собой препятствия для эффективного перемешивания.

Подобным образом при циклическом движении гиперболической периодической точки окружающее ее вещество, движущееся вместе с этой точкой, испытывает сокращение в одном направлении и вытягивание в другом. При этом точка как бы выталкивает наружу вытянутые участки в одном направлении и втягивает вещество с другого направления. (Если считать жидкость несжимаемой, вытягивания и сокращения должны компенсировать друг друга.)

**Следы хаоса**

Куда уходит вещество от гиперболической периодической точки? Откуда оно приходит? Одна из возможностей состоит в том, что втекающий поток непрерывно переходит в вытекающий, т. е. материал, вышедший из гиперболической точки, приходит обратно к ней или к другой гиперболической точке. Именно такой механизм осуществляется в стационарных потоках (когда гиперболические точки фиксированы и не являются периодическими), поэтому эффективного вытягивания и образования складок не происходит.

Нестационарные двумерные потоки могут приводить к эффективному перемешиванию, поскольку в этом случае отток, связанный с одной гиперболической периодической точкой, может пересекать область вытекающего потока этой же или какой-либо другой гиперболической точки. Точку, в которой пересекаются втекающий и вытекающие потоки, связанные с одной гиперболической точкой, называют трансверсальной гомоклинной точкой. Если эти пересекающиеся потоки связаны с двумя разными гиперболическими точками, то точку пересечения потоков называют трансверсальной гетероклинной точкой.

|  |
| --- |
|  |
| Рис 3.ПЕРЕМЕШИВАНИЕ ЖИДКОСТЕЙ в природных явлениях и производственных процессах происходит как в результате вытягивания и образования складок, так и под влиянием диффузии и разрушения капель. Только в идеальном случае окрашенная капля (слева вверху) может бесконечно вытягиваться и складываться, не испытывая разрывов и не диффундируя в соседние области (вверху справа). Интересно, что в такой гипотетической ситуации для достижения эффективного перемешивания часть такой пробной капли должна вернуться в исходное положение. Процессы молекулярной диффузии (без которых невозможно эффективное перемешивание) обычно приводят к размыванию границ между двумя растворимыми жидкостями (слева внизу). В случае нерастворимых жидкостей пробная капля может разрушиться на множество брызг, которые затем сливаются в капли меньшего размера, чем исходная (справа внизу). |

Гомоклинные и гетероклинные пересечения — характерные следы хаоса. С математической точки зрения система, в которой могут возникать подкововидные структуры или транс-версальные гомо- или гетероклинные пересечения, может считаться хаотической. Оказывается, что в потоке, описываемом подкововидной структурой, обязательно должны присутствовать трансверсальные гомо-клинные точки; точно так же наличие хотя бы одной такой точки означает, что поток описывается подкововидной структурой.

Оказывается, даже единственное пересечение втекающего и вытекающего потоков с неизбежностью приводит к появлению трансверсальных гомоклинных точек и что подобные пересечения могут возникать даже в таких «хороших» системах, как системы, описываемые законами движения Ньютона. Этот факт впервые был открыт в XIX в. французским математиком Анри Пуанкаре. Однако сложность анализа течения жидкости при наличии такого пересечения (подобное состояние системы сейчас называют хаосом) поразила Пуанкаре, и он решил больше не заниматься этой проблемой.

Если перемешивание может быть представлено детерминированным точечным преобразованием, оно должно быть кинематически обратимым. Иными словами, совершив все движения в обратном порядке, можно было бы разделить смешанные жидкости (если пренебречь молекулярной диффузией). Однако повседневный опыт показывает, что смешивание необратимо. Даже если теоретически система детерминирована, движения, приводящие к повторяющимся вытягиваниям и образованию складок, не могут быть обращены во времени.

Подобная ситуация встречается и в других физических системах. Примером может служить изученная Пуанкаре система, состоящая из большого числа частиц, относительное движение которых описывается детерминированными уравнениями (так называемыми гамильтоновыми уравнениями). Выдающийся американский физик XIX в. Дж. Уиллард Гиббс пришел к выводу, что даже гамильтоновым системам присущи необратимость и непредсказуемость. Показательно в этом отношении, что для иллюстрации необратимости им был предложен гипотетический эксперимент, в котором рассматривалось перемешивание. По-видимому, вывод Гиббса оставался незамеченным до тех пор, пока в 1955 г. в одном из журналов не была опубликована статья шведского океанолога П. Велландера.

**Хаос в потоках жидкости**

Значение вытягивания и изгиба в процессе перемешивания стало понятно специалистам по химической технологии еще в 50-х годах, после того как была опубликована первая работа на эту тему Р. Спенсера и Р. Уайлииз Dow Chemical Company и У. Мора с сотрудниками из Е.I. du Pont de Nemours & Company, Inc. Результат этой работы — доказательство существования подкововидных контурных диаграмм и гомоклинных и гетероклинных точек — оставался неоцененным в полной мере до недавнего времени.

Первым, кто указал на прямую связь между хаосом и потоками жидкости, был советский математик В.И. Арнольд. В 1965 г. Арнольд предположил, что в жидкостно-механических системах траектории частиц могут быть хаотическими. Французский астроном из Обсерватории в Ницце М. Эно развил идею Арнольда и в статье объемом всего три страницы с одним рисунком смог показать, что стационарный трехмерный поток жидкости, не обладающей вязкостью, может сформировать хаотические линии тока.

В 1984 г. X. Ареф из Университета Брауна обнаружил, что уравнения, описывающие траектории частиц жидкости в двумерном потоке, формально идентичны уравнениям, описывающим гамильтоновы системы. Развивая это наблюдение путем компьютерного моделирования, он доказал, что в гамильтоновой системе под действием периодически меняющихся сил может происходить эффективное перемешивание.

Если в трехмерном случае прямой связи между перемешиванием и гамильтоновой системой не существует, для двумерных систем эта связь однозначна: перемешивание жидкости можно рассматривать как наглядное проявление хаотического поведения гамильтоновой системы. Работа Арефа и простота лабораторного изучения двумерных систем по сравнению с трехмерными вдохновили меня на эксперименты по наблюдению признаков хаоса. Мы использовали специальный прибор для изучения потоков в замкнутой полости, который был сконструирован в 1983 г. совместно с моими студентами в Амхерсте.

**Фотографирование**

Студенту-дипломнику К. Ленгу и мне удалось определить приблизительное расположение нескольких периодических точек и крупномасштабных структур в двумерном потоке с помощью фиксирования стробоскопических изображений исследуемой системы (поскольку нас интересовало быстрое перемешивание, основное внимание уделялось поведению периодических точек низкого порядка, т. е. с периодом один, два, три; точки более высокого порядка участвуют в процессе намного реже). В типичном эксперименте пробные капли флуоресцирующего красителя вводились в определенные места прямоугольной полости, которая освещалась ультрафиолетовым излучением; стенки полости приводились в заданное движение и затем положения капель и искажение их формы фотографировались через равные промежутки времени.

|  |
| --- |
|  |
| Рис 4. ЭЛЛИПТИЧЕСКИЕ И ГИПЕРБОЛИЧЕСКИЕ ТОЧКИ типичны для медленных двумерных потоков. Такой поток показан на снимке внизу, сделанном Ленгом и автором статьи. Поток глицерина в прямоугольной полости инициировался движением двух ее боковых стенок в противоположных направлениях с постоянной скоростью. Оранжевые полосы пробной жидкости (располагавшейся в начальный момент времени по диагонали от нижнего левого угла до верхнего правого угла полости) почти соответствуют линиям тока, т. е. линиям, по которым движутся частицы жидкости в стационарном потоке. На фотографии потока видны три фиксированные точки: центральная гиперболическая и две эллиптические по обе стороны от нее. Вокруг каждой эллиптической точки (вверху) образуются водовороты, вращающиеся по часовой стрелке. При движении вокруг этих точек длина оранжевой полосы растет пропорционально времени. К гиперболической точке жидкость течет в одном направлении, а от нее — в другом. Поскольку жидкость не может пересекать линии тока, подобные стационарные потоки неэффективны для перемешивания. Однако, если поток изменять во времени, оранжевый след пробной жидкости не будет успевать подстраиваться за меняющимися линиями тока, и на нем быстро образуются складки при изменении направления потока.  |

Если перемешивание шло эффективно, то окрашенные частицы распространялись по большому участку системы, если нет — краситель переходил из капли в остальную часть системы медленно или сами пробные капли оставались вблизи эллиптических периодических точек.

В другой серии экспериментов, которые мы выполнили со студентом-дипломником П. Свэнсоном, основное внимание было сконцентрировано на потоках, для которых существуют точные аналитические решения уравнений движения жидкости. Это давало наилучшую возможность сравнить экспериментальные результаты с предсказаниями теории.

К сожалению, число систем, для которых получены точные аналитические решения, довольно невелико, и многие из них настолько сильно идеализированы, что воспроизвести их в условиях лабораторного эксперимента невозможно. Одна из систем, допускающая точное решение и пригодная для эксперимента, представляет собой поток между двумя вращающимися эксцентрическими цилиндрами.

Такая система исследовалась также Арефом (сейчас он работает в Калифорнийском университете в Сан-Диего) и М. Тейбором и Р. Шевре из Колумбийского университета.

|  |
| --- |
|  |
| Рис 5. МОДЕЛЬ МИКСЕРА, разработанная Дж. Франьоном и автором статьи, иллюстрирует основной процесс перемешивания — вытягивание и образование складок (а). Линия, нарисованная на плоской ячейке жидкости, вытягивается и изгибается, образуя складки, когда нож миксера пересекает ее сначала в направлении перпендикулярном ей (b), а затем — параллельном ей (с). Линия вытягивается не разрываясь. Любой ее участок, покидающий ячейку, возвращается с противоположной стороны. Перемешивание в такой системе может быть смоделировано на компьютере. Внизу показаны компьютерные изображения линии, состоящей из 100 000 точек после 16 циклов перемешивания в разных условиях. Перемешивание может быть ограничено отдельными участками ячейки (d) или может охватить всю ячейку (е) в зависимости от того, насколько «энергично» оно проводилось.  |

Многочисленные эксперименты с двумерными хаотическими потоками показали, что крупномасштабные структуры в перемешиваемой жидкости (такие как положения и формы «островов» и крупных складок) хорошо воспроизводимы; более мелкие детали этой вытянуто-складчатой структуры невоспроизводимы. Причина заключается в том, что небольшой разброс начальных положений окрашенных капель быстро растет на хаотических участках потока. Так и должно быть: точное воспроизведение рассматриваемого процесса перемешивания невозможно. В конце концов перемешивание приводит к полной хаотичности. Именно это и достигается с помощью процедуры вытягивания и образования складок, которая применялась в наших экспериментах.

Интересно также, как в таком потоке могут сосуществовать хаос и симметрия, связанная с периодическими точками. Систематически исключая симметрию из хаотического потока, нам удалось повысить эффективность перемешивания.

Сравнение результатов экспериментов и компьютерного моделирования

Достаточно простую экспериментальную систему (для которой можно вычислить поле скоростей) легко смоделировать на компьютере. Типичная программа заключается в том, что некоторое число пробных точек помещают в моделируемое поле скоростей. Вычисленные положения точек после около 1000 периодов дают хорошую общую картину поведения системы по истечении длительного времени. Изображение, полученное в результате такого моделирования, называют сечением Пуанкаре. Если сечение Пуанкаре выглядит достаточно сложно, его считают доказательством наступления хаоса (см. верхний рисунок справа). Компьютерное моделирование процесса перемешивания обнаруживает также черты необратимости, но в этом случае невоспроизводимость обусловлена экспоненциальным ростом ошибки, вносимой компьютером, поскольку он может обрабатывать числа только с конечным количеством знаков.

Если возможно компьютерное моделирование перемешивания, то зачем утруждать себя физическими экспериментами? Не следует забывать

Рис 6. ВЯЗКИЙ ПОТОК в подшипнике скольжения, т. е. поток в зазоре между двумя вращающимися эксцентрическими цилиндрами тоже может быть смоделирован на компьютере. При периодическом вращении цилиндров в противоположных направлениях поток жидкости приводит к хаотическому перемешиванию. Это видно на сечении Пуанкаре для системы после 1000 периодов (вверху) и по картине растяжений после 10 периодов (внизу). Сечение Пуанкаре получено путем введения нескольких окрашенных «частиц» в моделируемый поток перемешиваемой жидкости. После каждого периода частицы переводились в новое, вычисленное на компьютере положение. На картине растяжений видны белые области — это участки жидкости, вытянутые моделируемым потоком. Цветные области — участки, где растяжение незначительно. Приведенная картина растяжений очень похожа на структуру, создаваемую реальным потоком (см. рисунок на обложке журнала). Снимки сделаны П. Свэнсоном и автором статьи в Амхерсте.

основное: при компьютерном моделировании этого процесса разрешение по скорости должно быть намного выше, чем при моделировании многих других задач гидродинамики. Даже весьма простые поля скоростей способны создать чрезвычайно сложные структуры (см. рисунки 1 и 2); в некоторых задачах о перемешивании желательно, чтобы выявлялись самые тонкие детали образующейся структуры.

Например, при моделировании потока в прямоугольной полости поле скоростей, вычисленное обычным образом, может оказаться слишком неточным для выявления деталей вытянуто-складчатой структуры. Оно оказывается практически бесполезным для точного нахождения координат периодических точек, определяющих сложное поведение хаотических потоков. Кроме того, если для большинства задач гидродинамики вычисление поля скоростей служит конечной целью, в задаче о перемешивании — это только начальная стадия.

По этой причине исследование процесса перемешивания проводилось в основном на весьма схематичных потоках (описываемых уравнениями, которые в некоторых случаях могут быть решены точно), а не на более близких к реальности системах, для которых может быть получено лишь приблизительное решение. Действительно, численные методы, с помощью которых получают приблизительные решения гидродинамических уравнений, часто служат источником ложных эффектов, отсутствующих в реальной задаче о перемешивании жидкостей.

Даже компьютерное моделирование простых потоков, которые мы проводили, часто приводило к непреодолимым трудностям. Компьютер представляет жидкость как совокупность дискретных элементов. При этом окрашенная капля может состоять из сотен тысяч элементов, и число операций, выполняемых компьютером в процессе слежения за ее хаотическим поведением при перемешивании, может быть огромным.

Чтобы проследить за поведением всех полос в областях хаотического перемешивания даже в случае простого примера (показанного на рис.1-2), потребовалось бы 300 лет машинного времени на компьютере с быстродействием миллион операций в секунду в режиме с плавающей точкой. Несомненно, можно оспаривать необходимость детального слежения за отдельными элементами структуры, считая более оправданным рассматривать структуру статистически. Но не будет ли это означать признания поражения? Если поле скоростей (или «движение») точно известно, то зачем обращаться к статистическим методам?

Таким образом, новые теоретические исследования нуждаются в объединении с хорошо поставленными экспериментами, поскольку, вероятнее всего, прямые вычисления не могут дать ответ на многие вопросы, касающиеся хаотических потоков. Например, каким образом должны двигаться стенки полости с жидкостью для того, чтобы размеры «островов» (включая и вновь образующиеся) стали меньше некоторой заданной величины? Ответ на этот вопрос позволил бы в будущем создать весьма тонкую систему, которая могла бы анализировать структуру смешивающейся жидкости, обнаруживать «острова» и менять поток так, чтобы они смешивались с остальной жидкостью.

**Ограничения и трудности**

Однако до создания такой тонкой системы предстоит еще многое узнать о свойствах реальных потоков. Хотя описанные выше эксперименты и компьютерное моделирование дают представление об общих свойствах процесса перемешивания (таких как экспоненциальный рост площади контакта двух жидкостей), они представляют собой примеры лишь идеальных систем. Рассмотренные здесь потоки, например, не обладают инерцией. Иными словами, поток останавливается сразу же, как перестают двигаться стенки полости. В результате в таком потоке не происходят характерные процессы, наблюдаемые при турбулентном течении.

В наших экспериментах число Рейнольдса (отношение инерционных и вязкостных сил) было мало. Потоки, характеризуемые малыми числами Рейнольдса (так называемые ламинарные потоки), упорядочены, тогда как при больших числах Рейнольдса образуется сложное нестационарное поле скоростей, приводящее к быстрому перемешиванию. В любом фиксированном месте нашей экспериментальной камеры наблюдатель скорее увидел бы одно и то же периодически повторяющееся поле скоростей вместо непериодического и непредсказуемого распределения скоростей, которое порождается турбулентным потоком. Однако именно турбулентность делает перемешивание сливок в кофе с помощью ложки (система с относительно большим числом Рейнольдса) более легким, чем смешивание двух красок шпателем (система с малым числом Рейнольдса).

Рис 7. ТУРБУЛЕНТНЫЙ ПОТОК создает структуры, полностью отличающиеся от структур, создаваемых медленными вязкими потоками. Изображение, полученное К. Шринивасаном из Йельского университета, представляет собой компьютерную реконструкцию фотографии струи воды, впрыснутой через круглое сопло в неподвижную воду. Во впрыскиваемой воде была растворена флуоресцентная краска, и фотографирование проводилось при освещении лазерным лучом, направленным вдоль оси сопла. Интенсивность флуоресценции пропорциональна градиенту концентрации красителя в воде. При компьютерной реконструкции она была закодирована в цвете, который в зависимости от градиента концентрации меняется от темно-синего до красного. Такой турбулентный поток представляет собой наложение фрактальных структур и нескольких вихрей.

Хотя я намеренно не рассматривал в этой статье наиболее эффективные для перемешивания потоки (турбулентные), есть основания полагать, что некоторые из представленных здесь идей были бы полезны при их изучении. Например, несколько развив подход к двумерным хаотическим потокам, можно получить непериодическое изменение скорости в фиксированной точке. Однако очевидно, что много предстоит еще сделать, чтобы турбулентные потоки были бы изучены в такой же степени, как ламинарные.

Для упрощения предполагалось также, что диффузия несущественна при перемешивании. В действительности это не так. Учесть влияние диффузии на процесс перемешивания можно, если использовать простую модель, в которой предполагается, что скорость диффузии между соседними слоями двух перемешиваемых материалов определяется тем, насколько быстро эти слои «сжимаются» и становятся тоньше, что в свою очередь зависит от величины компоненты скорости, перпендикулярной им. В этом случае перемешивание приводит к двум эффектам, ускоряющим диффузию: оно увеличивает площадь контакта жидкостей, одновременно уменьшая расстояние, на которое должно продиффундировать вещество, и дополнительно увеличивает градиенты концентрации. Эту модель можно развить и использовать при изучении влияния перемешивания на такие химические реакции, как реакции горения.

Еще один распространенный процесс, который для упрощения здесь не рассматривался, — диспергирование капель нерастворимой жидкости, явление, действительно, очень сложное. Существуют два предельных случая: слабовязкая жидкость диспергирована внутри очень вязкой, и наоборот — очень вязкая диспергирована в жидкости с малой вязкостью. Оба случая трудно анализировать, но по разным причинам. В первом случае все сдвиговые нагрузки приходятся на слабовязкую компоненту, поскольку она не может передавать сдвиговые напряжения на капли очень вязкой жидкости. Действительно, в таком потоке сдвиговые силы не могут разбивать капли жидкости, вязкость которой примерно в 4 раза выше вязкости диспергированной жидкости. В этом отношении более эффективными оказываются потоки, в которых величина скорости увеличивается вдоль линий тока, а сама трубка тока сужается и вытягивается, а не потоки, в которых величина скорости растет в направлении, перпендикулярном линиям тока из-за действия сдвиговых напряжений. Во втором же случае, когда капли жидкости с малой вязкостью рассеяны в очень вязкой среде, потоки с вытягивающимися трубками тока могут оказаться практически «бесполезными», так как для разрыва капельки необходимо очень сильно ее растянуть.

Мы изучали перемешивание двух жидкостей с разной вязкостью, используя экспериментальную установку, созданную нами в Амхерсте. Как и ожидалось, разрыв капель происходил намного реже внутри «островов», чем в областях хаотического движения. Однако слишком сильное перемешивание могло вызывать слияние капель. Этот процесс продолжался при столкновении между ними и заканчивался полным разделением перемешанных жидкостей. С помощью несложной компьютерной модели мы смогли предсказывать кинетику такой коагуляции в простых хаотических потоках.

Рис 7. ПОЛОСЧАТОСТЬ, характерная для перемешивания в вязких потоках, видна на куске магматической породы из вулканической цепи Инио в восточной Калифорнии. Камень образовался в результате перемешивания двух различных видов магмы, один из которых (образовавший светлые полосы) включает небольшие пузыри летучих веществ. Диффузия через такие магматические полосы происходит чрезвычайно медленно. Время, необходимое для того, чтобы диффузия размыла полосу шириной порядка сантиметра, превысит возраст Земли. Фотография сделана И. Сигиока и Б. Стьютевант из Калифорнийского технологического института.

И последнее. Наши эксперименты до сих пор проводились только с двумерными потоками, тогда как реальные объекты трехмерны. Только недавно совместно со студентами мы построили установку, с помощью которой можно проводить контролируемые эксперименты с трехмерными потоками. С процессом перемешивания медленных трехмерных потоков связано много нерешенных фундаментальных проблем, и, к сожалению, интуитивный опыт, приобретенный в экспериментах с двумерными потоками, не всегда можно распространять на случай трех измерений.

**Первый шаг далекого путешествия**

Список задач о перемешивании отнюдь не исчерпывается рассмотренными в статье. Очень мало известно о процессе перемешивания вязкоэлас-тичных жидкостей (таких, которые восстанавливают свою первоначальную форму после деформации). Это очень сложная задача, известно только, что этот процесс играет определяющую роль при получении высокомолекулярных полимеров. В биотехнологии большое значение имеет смешивание нестабильных жидкостей, структура которых разрушается при высоких поперечных перепадах скоростей потока. Для геофизиков, изучающих перемешивание магмы в земной мантии, большой интерес представляет процесс смешивания вязких жидкостей при тепловой конвекции.

Несмотря на необыкновенную сложность процессов перемешивания как в природных явлениях, так и в производственных процессах, есть надежда, что они будут изучены и эти знания будут плодотворно использоваться на химических предприятиях и в лабораториях. Кроме того, поскольку в относительно простых экспериментах может быть смоделировано хаотическое поведение, они могли бы прояснить некоторые общие фундаментальные проблемы, касающиеся хаотических систем. Описанные в данной статье эксперименты -первый шаг в этом направлении. До сих пор лишь небольшая часть этих идей нашла применение, остается еще много возможностей как для научных исследований, так и для использования их в различных технологиях.