**Показатели вариации.**

1. Понятие вариации и роль ее изучения в статистических исследованиях.
2. Измерители вариации.
3. Прямой способ расчета показателей вариации.
4. Свойства дисперсии и среднего квадратического отклонения.
5. Упрощенный способ расчета дисперсии и средне квадратического отклонения.
6. Относительные показатели вариации.
7. Стандартизация данных.
8. Моменты распределения.
9. Показатели асимметрии и эксцесса.
10. Средняя арифметическая и дисперсия альтернативного признака.

**1. Понятие вариации и роль ее изучения в статистических исследованиях.**

**Вариация** – это колеблемость значений признака у отдельных единиц совокупности.

Наличию вариации обязана своим появлением статистика. Большинство статистических закономерностей проявляется через вариацию. Изучая вариацию значений признака в сочетании с его частотными характеристиками, мы обнаруживаем закономерности распределения (например: население по возрасту, студентов по уровню оценок).

Рассматривая вариацию одного признака параллельно с изменением другого, мы обнаруживаем взаимосвязи между этими признаками или их отсутствие (например: зависимость между торговой площадью и товарооборотом).

Вариации в статистике проявляются двояко, либо через изменения значений признака у отдельных единиц совокупности, либо через наличие или отсутствие изучаемого признака у отдельных единиц совокупности.

Изучение вариации в статистике имеет как самостоятельную цель, так и является промежуточным этапом более сложных статистических исследований.

**2. Измерители вариации.**

Простейшим показателем вариации является **размах колебаний**: .

Достоинство этого показателя простота расчета, возможность использования для оценки вариации однородных совокупностей. Недостаток – неприемлемость для неоднородных совокупностей с редкими выбросами крайних значений признака.

Частично недостатки этого показателя устраняет **межквартельный размах**: . Однако, он характеризует вариацию только половины совокупности.

Для учета колеблемости всех значений признака применяют показатели среднего линейного отклонения, дисперсии и средне квадратического отклонения.

**Средне линейное отклонение** – среднее значение отклонений всех вариантов ряда от средней арифметической (иногда от моды или медианы):

 - для несгруппированных данных;

 - для сгруппированных данных.

 

Аналогичным по смыслу среднему линейному отклонению является показатель дисперсии и рассчитываемый на его основе показатель средне квадратического отклонения.

**Дисперсия** – рассеивание, данный показатель характеризует рассеивание значений признака относительно его средней величины.

 - для несгруппированных данных;

 - для сгруппированных данных.

**Дисперсия** – средне квадратическое отклонение всех вариантов ряда от средней арифметической. Если извлечь квадратный корень из дисперсии, получим **средне квадратическое отклонение**.

 - для несгруппированных данных;

 - для сгруппированных данных.

Несмотря на логическое сходство, дисперсия является более чувствительной к вариации и, следовательно, чаще применяемый показатель.

**3. Прямой способ расчета показателей вариации.**

**Расчет показателей вариации** заработной платы работников завода.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Группы со среднемесячной з/п, руб. | Число раб-в, |  |  |  |  |  |  |
| До 1500 | 30 | 750 | 22500 | 1909,09 | 57272,7 | 3644628 | 109338843 |
| 1501-3000 | 75 | 2250 | 168750 | 409,09 | 30681,8 | 167355 | 12551653 |
| 3001-4500 | 45 | 3750 | 168750 | 1090,91 | 49090,9 | 1190083 | 53553719 |
| Свыше 4501 | 15 | 5250 | 78750 | 2590,91 | 38863,6 | 6712810 | 100692149 |
| Итого | 165 |  | 438750 |  | 175909 |  | 276136364 |



Заработная плата каждого из работников в среднем отклоняется от средне заработной платы на 1066,12 руб.

Средне квадратическое отклонение  заметно больше, чем аналогичный ему по смыслу среднее линейное отклонение.

**4. Свойства дисперсии и среднего квадратического отклонения.**

Так же как и средняя дисперсия обладает рядом свойств, имеющих важное значение для понимания сущности этого показателя, методологии его расчета и практического использования для разработки более совершенных статистических методов.

**Свойства дисперсии и средне квадратическое отклонение:**

1. Если все варианты ряда уменьшить или увеличить на постоянное число, то величина дисперсии и средне квадратического отклонения не изменится. ;
2. Если все варианты ряда умножить или разделить на постоянное число, дисперсия соответственно увеличится или уменьшится в квадрат этого числа раз, а средне квадратическое отклонение в это число раз. ;
3. Если частоты ряда уменьшить или увеличить в постоянное число раз, то дисперсия и средне квадратическое отклонение от этого не изменится;
4. Дисперсия равна среднему квадрату вариантов ряда минус квадрат средней арифметической. ;
5. Общая дисперсия равна средней арифметической из частных дисперсий (внутригрупповых дисперсий) плюс дисперсии частных средних (межгрупповые дисперсии). Это свойство называется **правилом сложения дисперсий**, которое широко применяется в выборочном методе, методе измерений взаимосвязей явлений, а так же дисперсионном анализе.

 - общая дисперсия;

 - частная дисперсия;

 - средняя из частных дисперсий,  - численность соответствующей группы;

 - межгрупповая дисперсия;



**5. Упрощенный способ расчета дисперсии и средне квадратического отклонения.**

Свойства дисперсии используются для упрощения методики ее расчета. В условиях развитой вычислительной техники данный способ имеет, прежде всего, иллюстративный характер и помогает понять сущность этого показателя.

**Упрощенный способ расчета дисперсии и средне квадратического отклонения (метод расчета от условного нуля).**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Среднемесячная з/п работников, руб., |  |  |  |  |  |  |
| 750 | 30 | - 1 500 | -1 | 2 | -2 | 2 |
| 2 250 | 75 | 0 | 0 | 5 | 0 | 0 |
| 3 750 | 45 | 1 500 | 1 | 3 | 3 | 3 |
| 5 250 | 15 | 3 000 | 2 | 1 | 2 | 4 |
| Итого |  |  |  | 11 | 3 | 9 |

А=2250; k=1500; с=15



**6. Относительные показатели вариации.**

Абсолютные измерители вариации (дисперсия, средне квадратическое отклонение) ограниченно пригодны для сравнительного анализа вариаций различных совокупностей.

Для цели сравнительного анализа применяют относительные показатели, **коэффициенты вариации**. Наиболее распространенной формой коэффициентов вариации является , он показывает, какой процент от средней арифметической составляет среднее квадратическое отклонение.

Вместо средне квадратического в числителе коэффициента вариации иногда используют среднее линейное отклонение .

Если среднее линейное отклонение определялось относительно медианы или моды, то соответствующие показатели вариации будут выглядеть , .

Коэффициенты вариации определенные по различным основаниям не одинаковы, поэтому, сопоставляя вариации разных совокупностей, нужно использовать коэффициенты вариации, рассчитанные по одной и той же величине.

Коэффициент вариации является так же количественной мерой однородности совокупности. Принято считать, что если , то совокупность количественно однородна. Чем меньше, тем лучше.

**7. Стандартизация данных.**

Коэффициенты вариации являются сводными оценками вариаций различных совокупностей. Однако они не позволяют сопоставить между собой значения признака у отдельных или групп единиц разных совокупностей.

Для подобных сравнений прибегают к стандартизации вариантов разных совокупностей по формулам:

, где ,  - это стандартизированные значения вариантов ряда x и y соответственно. В процессе стандартизации мы переходим от измерения вариантов в натуральных или стоимостных единицах к их измерению величинами соответствующих средне квадратических отклонений.

**Пример**: Стандартизация данных о доходах на одного члена семьи и среднедушевом потреблении мяса.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Доход на  одного  члена семьи,  тыс. руб./год, | Среднедушевое потребление  мяса, |  |  |  |  |  |  |
| 60,7 | 12,3 | -97,5 | -25,6 | 9 506,25 | 655,36 | -1,28 | -1,31 |
| 84,2 | 19,1 | -74 | -18,8 | 5 476,00 | 353,44 | -0,97 | -0,96 |
| 112,4 | 23,1 | -45,8 | -14,8 | 2 097,64 | 219,04 | -0,60 | -0,76 |
| 144,5 | 35,6 | -13,7 | -2,3 | 187,69 | 5,29 | -0,18 | -0,12 |
| 180,1 | 49,5 | 21,9 | 11,6 | 479,61 | 134,56 | 0,29 | 0,59 |
| 240,9 | 57,3 | 82,7 | 19,4 | 6 839,29 | 376,36 | 1,09 | 0,99 |
| 284,6 | 68,4 | 126,4 | 30,5 | 15 976,96 | 930,25 | 1,66 | 1,56 |
| **1107,4** | **265,3** |  |  | **40 563,44** | **2 674,30** |  |  |





При стандартизации сгруппированных данных наряду с масштабированием вариантов ряда величинами соответствующих средне квадратических отклонений частоты этих рядов пересчитываются в частости.

Стандартизацию данных проводят, когда варианты сравниваемых рядов отличаются единицами измерения и порядком.

Стандартизация является важнейшим статистическим промежуточным этапом.

Стандартизация используется так же хорошо в теории выборочного метода.

**8. Моменты распределения.**

**Моменты распределения** составляют алгоритмическую основу многих статистических методов. Различают:

* Произвольные (общий случай);
* Начальные;
* Центральные;
* Стандартные (частный случай).

Выделяют:

* + Взвешенные;
  + Невзвешенные.

**Произвольным моментом** **k-го порядка** называется среднее значение k-ой степени отклонения всех вариантов ряда от произвольного постоянного числа.

 - для несгруппированных данных;

 - для сгруппированных данных.

При этом k принимает целочисленное значение от 1 до 4.

Если **А=0**, то произвольный момент преобразуется в **начальный момент**.

 - для несгруппированных данных;

при k=1 M1=

при k=2 M2=

 - для сгруппированных данных.

Если А=, произвольный момент преобразуется в **центральный момент распределения**.

 - для несгруппированных данных;

 - для сгруппированных данных.

При k=1 M1=0

При k=2 M2=

**Стандартные моменты** это начальные моменты из стандартных отклонений.

 - для несгруппированных данных;

 - для сгруппированных данных.



Стандартный момент k-го порядка это отношение центрального момента того же порядка к средне квадратическому отклонению в k-ой степени.

Так же как средняя арифметическая величина и дисперсия, центральные и стандартные моменты обладают рядом свойств, которые по сути ближе всего к свойствам дисперсии.

**9. Показатели асимметрии и эксцесса.**

При анализе распределений помимо графического изображения характер распределения можно выяснить, рассчитывая такие показатели, как асимметрия и эксцесс.

В качестве **показателя асимметрии** используют стандартный момент 3-го порядка. Если распределение симметрично относительно средней то показатель асимметрии равен нулю.

 

Если показатель асимметрии больше 0, то есть преобладают положительные отклонения от среднего, то наблюдается **правосторонняя асимметрия**, то есть преобладание в совокупности вариантов ряда превышающих среднюю.

Если же показатель асимметрии меньше 0, налицо **левосторонняя асимметрия**, то есть превышение численности вариантов ряда меньше чем средняя.

**Показатель эксцесса** характеризует степень колеблемости исходных данных, чем сильнее вариация, тем более пологой является кривая распределения и наоборот, чем однороднее совокупность, тем в большей степени варианты ряда сконцентрированы около средней и тем более островершинней будет кривая распределения.

В качестве эталона высоты распределения в статистике принимается кривая нормального распределения. Доказано, что стандартный момент 4-го порядка у этой кривой равен 3.

 

**10. Средняя арифметическая и дисперсия альтернативного признака.**

**Альтернативный признак** – тот которым обладает или не обладает единица совокупности.

Наличие альтернативного признака обозначают 1, а отсутствие – 0. Если численность совокупности – N, а M – число единиц, обладающих изучаемым признаком, то  - доля единиц, обладающих изучаемым признаком. Соответственно  - доля единиц таким признаком не обладающих.

Предположим

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| 1 | p |
| 0 | q |
|  | 1 |

p+q=1



Средняя арифметическая альтернативного признака равна p.



Дисперсия альтернативного признака .

**Пример**: N=10, M=4

N-M=6



Максимальное значение дисперсии для неоднородных совокупностей .