**Ïðåîáðàçîâàíèÿ ïëîñêîñòè**

**Îòîáðàæåíèå ïëîñêîñòè íà ñåáÿ**

**Îòîáðàæåíåì ïëîñîñòè íà ñåáÿ** íàçûâàåòñÿ òàêîå ïðåîáðîçîâàíèå, ÷òî êàæäîé òî÷êå èñõîäíîé ïëîñêîñòè ñîïîñòàâëÿåòñÿ êàêàÿ-òî òî÷êà ýòîé æå ïëîñêîñòè, ïðè÷åì ëþáàÿ ëþáàÿ òî÷êà ïëîñêîñòè îêàçûâàåòñÿ ñîïîñòàâëåíîé äðóãîé òî÷êå. Åñëè ïðè îòîáðàæåíèè ïëîñêîñòè íà ñåáÿ ôèãóðà F ïðåîáðàçîâûâàåòñÿ â ôèãóðó F', òî ãîâîðÿò, ÷òî ôèãóðà F' - **îáðàç** ôèãóðû F, à ôèãóðà F - **ïðîîáðàç** ôèãóðû F'. Åñëè îäíèì îòîáðàæåíèåì ôèãóðà F ïåðåâîäèòñÿ â ôèãóðó F', à çàòåì ôèãóðà F' ïåðåâîäèòñÿ â ôèãóðó F'', òî îòîáðàæåíèå, ïåðåâîäÿùåå F â F'' íàçûâàåòñÿ **êîìïîçèöèåé äâóõ îòîáðàæåíèé.** **Íåïîäâèæíîé òî÷êîé îòîáðàæåíèÿ** íàçûâàåòñÿ òàêàÿ òî÷êà A êîòîðàÿ ýòèì îòîáðàæåíèåì ïåðåâîäèòñÿ ñàìà â ñåáÿ. Îòîáðàæåíèå, âñå òî÷êè êîòîðîãî íåïîäâèæíûå íàçûâàåòñÿ **òîæäåñòâåííûì îòîáðàæåíèåì**. Åñëè ïðè äàííîì îòîáðàæåíèè ðàçíûì òî÷êàì ôèãóðû ñîîòâåòñòâóþò ðàçíûå îáðàçû, òî òàêîå îòîáðàæåíèå íàçûâàåòñÿ **âçàèìíî îäíîçíà÷íûì**. Ïóñòü ôèãóðà F' ïîëó÷åíà èç ôèãóðû F âçàèìíî îäíîçíà÷íûì îòîáðàæåíèåì f, òî ìîæíî çàäàòü îòîáðàæåíèå **îáðàòíîå îòîáðàæåíèþ** f, êîòîðîå îïðåäåëÿåòñÿ òàê: êîìïîçèöèÿ îòîáðàæåíèÿ f è îòîáðàæåíèÿ, îáðàòíîãî f ÿâëÿåòñÿ òîæäåñòâåííûì îòîáðàæåíèåì. Ñóùåñòâóåò ìíîæåñòâî âèäîâ îòîáðàæåíèÿ ïëîñêîñòè íà ñåáÿ, ðàññìîòðèì íåêîòîðûå èç íèõ:

1. Äâèæåíèÿ

* Ïàðàëëåëüíûé ïåðåíîñ
* Îñåâàÿ ñèììåòðèÿ
* Ïîâîðîò âîêðóã òî÷êè
* Öåíòðàëüíàÿ ñèììåòðèÿ

1. Ïîäîáèå

* Ãîìîòåòèÿ

Äâèæåíèå

Äâèæåíèåì íàçûâàåòñÿ îòîáðàæåíèå ïëîñêîñòè íà ñåáÿ ïðè êîòîððîì ñîõðàíàÿþòñÿ âñå ðàññòîÿíèÿ ìåæäó òî÷êàìè. Äâèæåíèå èìååò ðÿä âàæíûõ ñâîéñòâ:

1. Òðè òî÷êè, ëåæàùèå íà îäíîé ïðÿìîé, ïðè äâèæåíèè ïåðåõîäÿò â òðè òî÷êè, ëåæàùèå íà îäíîé ïðÿìîé, è òðè òî÷êè, íå ëåæàùèå íà îäíîé ïðÿìîé, ïåðåõîäÿò â òðè òî÷êè, íå ëåæàùèå íà îäíîé ïðÿìîé.

***Äîêîçàòåëüñòâî****:* ïóñòü äâèæåíèå ïåðåâîäèò òî÷êè A, B, C â òî÷êè A', B', C'. Òîãäà âûïîëíÿþòñÿ ðàâåíñòâà

A'B'=AB , A'C'=AC , B'C'=BC (1)

Åñëè òî÷êè A, B, C ëåæàò íà îäíîé ïðÿìîé, òî îäíà èç íèõ, íàïðèìåð òî÷êà B ëåæèò ìåæäó äâóìÿ äðóãèìè. Â ýòîì ñëó÷àå AB+BC=AC, è èç ðàâåíñòâ (1) ñëåäóåò, ÷òî A'C'+B'C'=A'C'. À èç ýòîãî ñëåäóåò, ÷òî òî÷êà B' ëåæèò ìåæäó òî÷êàìè A' è C'. Ïåðâîå óòâåðæäåíèå äîêàçàíî. Âòîðîå óòâåðæäåíèå äîêàæåì ìåòîäîì îò ïðîòèâíîãî: Ïðåäïîëîæèì, ÷òî òî÷êè A', B', C' ëåæàò íà îäíîé ïðÿìîé äàæå â òîì ñëó÷àå, åñëè òî÷êè A, B, C íå ëåæàò íà îäíîé ïðÿìîé, òî åñòü ÿâëÿþòñÿ âåðøèíàìè òðåóãîëüíèêà. Òîãäà äîëæíû âûïîëíÿòñÿ íåðàâåíñòâà òðåóãîëüíèêà:

AB<AC+BC

AC<AB+BC

BC<AB+AC

íî èç ðàâåíñòâ (1) ñëåäóåò, ÷òî òå æå íåðàâåíñòâà äîëæíû âûïîëíÿòñÿ è äëÿ òî÷åê A', B', C' ñëåäîâòåëüíî òî÷êè A', B', C' äîëæíû áûòü âåðøèíàìè òðåóãîëüêà, ñëåäîâòåëüíî òî÷êè A', B', C' íå äîëæíû ëåæàòü íà îäíîé ïðÿìîé.

1. Îòðåçîê äâèæåíèå ïåðåâîäèòñÿ â îòðåçîê.
2. Ïðè äâèæåíèè ëó÷ ïåðåõîäèò â ëó÷, ïðÿìàÿ â ïððÿìóþ.
3. Òðåóãîëüíèê äâèæåíèåì ïåðåâîäèòñÿ â òðåóãîëüíèê.
4. Äâèæåíèå ñîõðàíÿåò âåëè÷èíû óãëîâ.
5. Ïðè äâèæåíèè ñîõðàíÿþòñÿ ïëîùàäè ìíîãîóãîëüíûõ ôèãóð.
6. Äâèæåíèå îáðàòèìî. Îòîáðàæåíèå, îáðàòíîå äâèæåíèþ ÿâëÿåòñÿ äâèæåíèåì.
7. Êîìïîçèöèÿ äâóõ äâèæåíèé òàêæå ÿâëÿåòñÿ äâèæåíèåì.

Èñïîëüçóÿ îïðåäåëåíèå äâèæåíèÿ ìîæíî äàòü òàêîå îïðåäåëåíèå ðàâíåñòâà ôèãóð:

***Äâå ôèãóðû íàçûâàþòñÿ ðàâíûìè, åñëè îäíó èç íèõ ìîæíî ïåðåâåñòè â äðóãóþ íåêîòîðûì äâèæåíèåì.***

Âèäû äâèæåíèé

Íà ïëîñêîñòè ñóùåñòâóþò ÷åòûðå òèïà äâèæåíèé:

1. Ïàðàëëåëüíûé ïåðåíîñ.
2. Îñåâàÿ ñèììåòðèÿ
3. Ïîâîðîò âîêðóã òî÷êè
4. Öåíòðàëüíàÿ ñèììåòðèÿ

Ðàññìîòðèì ïîäðîáíåå êàæäûé âèä.

Ïàðàëëåëüíûé ïåðåíîñ

***Ïàðàëëåëüíûì ïåðåíîñîì íàçûâàåòñÿ òàêîå äâèæåíèå, ïðè êîòîðîì âñå òî÷êè ïëîñêîñòè ïåðåìåùàþòñÿ â îäíîì è òîì æå íàïðàâëåíèè íà îäèíàêîâîå ðàññòîÿíèå.***

Ïîäðîáíåå: ïàðàëëåëüíûé ïåðåíîñ ïðîèçâîëüíûì òî÷êàì ïëîñêîñòè X è Y ñòàâèò â ñîîòâåòñâèå òàêèå òî÷êè X' è Y', ÷òî XX'=YY' èëè åùå ìîæíî ñêàçàòü òàê: ïàðàëëåëüíûé ïåðåíîñ ýòî îòîáðàæåíèå, ïðè êîòîðîì âñå òî÷êè ïëîñêîñòè ïåðåìåùàþòñÿ íà îäèí è òîò æå âåêòîð **- âåêòîð ïåðåíîñà**. Ïàðàëëåëüíûé ïåðåíîñ çàäàåòñÿ âåêòîðîì ïåðåíîñà: çíàÿ ýòîò âåêòîð âñåãäà ìîæíî ñêàçàòü, â êàêóþ òî÷êó ïåðåéäåò ëþáàÿ òî÷êà ïëîñêîñòè.

*Ïàðàëëåëüíûé ïåðåíîñ ÿâëÿåòñÿ äâèæåíèåì, ñîõðàíÿþùèì íàïðàâëåíèÿ.* Äåéñâòèòåëüíî, ïóñòü ïðè ïàðàëëåëüíîì ïåðåíîñå òî÷êè X è Y ïåðåøëè â òî÷êè X' è Y' ñîîòâåòñòâåííî. Òîãäà âûïîëíÿåòñÿ ðàâåíñòâî XX'=YY'. Íî èç ýòîãî ðàâåíñòâà ïî ïðèçíàêó ðàâíûõ âåêòîðîâ ñëåäóò, ÷òî XY=X'Y', îòêóäà ïîëó÷àåì, ÷òî âî-ïåðâûõ XY=X'Y', òî åñòü ïàðàëëåëüíûé ïåðåíîñ ÿâëÿåòñÿ äâèæåíèåì, è âî âòîðûõ, ÷òî XY X'Y', òî åñòü ïðè ïàðàëëåëüíîì ïåðåíîñå ñîõðàíÿþòñÿ íàïðàâëåíèÿ.

Ýòî ñâîéñòâî ïàðàëëåëüíîãî ïåðåíîñà - åãî õàðàêòåðíîå ñâîéñòâî, òî åñòü ñïðàâåäëèâî óòâåðæäåíèå: äâèæåíèå, ñîõðàíÿþùåå íàïðàâëåíèÿ ÿâëÿåòñÿ ïàðàëëåëüíûì ïåðåíîñîì.

**Îñåâàÿ ñèììåòðèÿ**

**Òî÷êè X è X' íàçûâàþòñÿ ñèììåòðè÷íûìè îòíîñèòåëüíî ïðÿìîé a,** è êàæäàÿ èç íèõ ñèììåòðè÷íîé äðóãîé, åñëè a ÿâëÿåòñÿ ñåðèäèííûì ïåðïåíäèêóëÿðîì îòðåçêà XX'. Êàæäàÿ òî÷êà ïðÿìîé a ñ÷èòàåòñÿ ñèììåòðè÷íà ñàìîé ñåáå (îòíîñèòåëüíî ïðÿìîé a). Åñëè äàíà ïðÿìàÿ a, òî êàæäîé òî÷êå X ñîîòâåòñâóåò åäèíñòâåííàÿ òî÷êà X', ñèììåòðè÷íàÿ X îòíîñèòåëüíî a.

**Ñèììåòðèåé ïëîñêîñòè îòíîñèòåëüíî ïðÿìîé a íàçûâàåòñÿ òàêîå îòîáðàæåíèå, ïðè êîòîðîì êàæäîé òî÷êå ýòîé ïëîñêîñòè ñòàâèòñÿ â ñîîòâåòñòâèå òî÷êà, ñèììåòðè÷åíàÿ åé îòíîñèòåëüíî ïðÿìîé a.**

Äîêàæåì, ÷òî îñåâàÿ ñèììåòðèÿ ÿâëÿåòñÿ äâèæåíèåì óñïóëüçóÿ ìåòîä êîîðäèíàò: ïðèìåì ïðÿìóþ a çà îñü x äåêàðòîâûõ êîîðäèíàò. Òîãäà ïðè ñèììåòðèè îòíîñèòåëüíî íåå òî÷êà, èìåþùàÿ êîîðäèíàòû (x;y) áóäåò ïðåîáðàçîâàíà â òî÷êó ñ êîîðäèíàòàìè (x, -y).

Âîçüìåì ëþáûå äâå òî÷êè A(x1, y1) è B(x2, y2) è ðàññìîòðèì ñèììåòðè÷íûå èì îòíîñèòåëüíî îñè x òî÷êè A'(x1,- y1) è B'(x2, -y2). Âû÷èñëÿÿ ðàñòîÿíèÿ A'B' è AB, ïîëó÷èì

Òàêèì îáðàçîì îñåâàÿ ñèììåòðèÿ ñîõðàíÿåò ðàññòîÿíèå, ñëåäîâòåëüíî îíà ÿâëÿåòñÿ äâèæåíèåì.

Ïîâîðîò

**Ïîâîðîò ïëîñêîñòè îòíîñèòåëüíî öåòðà O íà äàííûé óãîë () â äàííîì íàïðàâëåíèè** îïðåäåëÿåòñÿ òàê: êàæäîé òî÷êå X ïëîñêîñòè ñòàâèòñÿ â ñîîòâåòñâèå òàêàÿ òî÷êà X', ÷òî, âî-ïåðâûõ, OX'=OX, âî-âòîðûõ è, â-òðåòèõ, ëó÷ OX' îòêëàäûâàåòñÿ îò ëó÷à OX â çàäàííîì íàïðàâëåíèè. Òî÷êà O íàçûâàåòñÿ **öåíòðîì ïîâîðîòà**, à óãîë -**óãëîì ïîâîðîòà**.

Äîêàæåì, ÷òî ïîâîðîò ÿâëÿåòñÿ äâèæåíèåì:

Ïóñòü ïðè ïîâîðîòå âîêðóã òî÷êè O òî÷êàì X è Y ñîïîñòîâëÿþòñÿ òî÷êè X' è Y'. Ïîêàæåì, ÷òî X'Y'=XY.

Ðàññìîòðèì îáùèé ñëó÷àé, êîãäà òî÷êè O, X, Y íå ëåæàò íà îäíîé ïðÿìîé. Òîãäà óãîë X'OY' ðàâåí óãëó XOY. Äåéñòâèòåëüíî, ïóñòü óãîë XOY îò OX ê OY îòñ÷èòûâàåòñÿ â íàïðàâëåíèè ïîâîðîòà. (Åñëè ýòî íå òàê, òî ðàññìàòðèâàåì óãîë YOX). Òîãäà óãîë ìåæäó OX è OY' ðàâåí ñóììå óãëà XOY è óãëà ïîâîðîòà (îò OY ê OY'):

ñ äðóãîé ñòîðîíû,

Òàê êàê (êàê óãëû ïîâîðîòà), ñëåäîâòåëüíî . Êðîìå òîãî, OX'=OX, è OY'=OY. Ïîýòîìó - ïî äâóì ñòîðîíàì è óãëó ìåæäó íèìè. Ñëåäîâòåëüíî X'Y'=XY.

Åñëè æå òî÷êè O, X, Y ëåæàò íà îäíîé ïðÿìîé, òî îòðåçêè XY è X'Y' áóäóò ëèáî ñóììîé, ëþáî ðàçíîñòüþ ðàâíûõ îòðåçêîâ OX, OY è OX', OY'. Ïîýòîìó è â ýòîì ñëó÷àå X'Y'=XY. Èòàê, ïîâîðîò ÿâëÿåòñÿ äâèæåíèåì.

Öåíòðàëüíàÿ ñèììåòðèÿ

Ìîæíî äàòü òàêîå îïðåäåëåíèå:

**Öåíòðàëüíàÿ ñèììåòðèÿ ñ öåòðîì â òî÷êå O ýòî òàêîå îòîáðàæåíèå ïëîñêîñòè, ïðè êîòîðîì ëþáîé òî÷êå X ñîïîñòàâëÿåòñÿ òàêàÿ òî÷êà X', ÷òî òî÷êà O ÿâëÿåòñÿ ñåðèäèíîé îòðåçêà XX'.**

Îäíàêî ìîæíî çàìåòèòü, ÷òî öåíòðàëüíàÿ ñèììåòðèÿ ÿâëÿåòñÿ ÷àñòíûì ñëó÷àåì ïîâîðîòà, à èìåííî, ïîâîðîòà íà 180 ãðàäóñîâ. Äåéñòâèòåëüíî,ïóñòü ïðè öåíòðàëüíîé ñèììåòðèè îòíîñèòåëüíî òî÷êè O òî÷êà X ïåðåøëà â X'. Òîãäà óãîë XOX'=180 ãðàäóñîâ, êàê ðàçâåðíóòûé, è XO=OX', ñëåäîâòåëüíî òàêîå ïðåîáðàçîâàíèå ÿâëÿåòñÿ ïîâîðîòîì íà 180 ãðàäóñîâ. Îòñþäà òàêæå ñëåäóåò, ÷òî öåíòðàëüíàÿ ñèììåòðèÿ ÿâëÿåòñÿ äâèæåíèåì.

*Öåíòðàëüíàÿ ñèììåòðèÿ ÿâëÿåòñÿ äâèæåíèåì, èçìåíÿþùèì íàïðàâëåíèÿ íà ïðîòèâîïîëîæíûå*.Òî åñòü åñëè ïðè öåíòðàëüíîé ñèììåòðèè îòíîñèòåëüíî òî÷êè O òî÷êàì X è Y ñîîòâåòñâóþò òî÷êè X' è Y', òî

XY= - X'Y'

*Äîêàçàòåëüñòâî:* Ïîñêîëüêó òî÷êà O - ñåðåäèíà îòðåçêà XX', òî, î÷åâèäíî,

OX'= - OX

Àíàëîãè÷íî

OY'= - OY

Ó÷èòûâàÿ ýòî íàõîäèì âåêòîð X'Y':

X'Y'=OY'−OX'=−OY+OX=­−(OY−OX)= −XY

­­­­

Òàêèì îáðàçîì X'Y'=−XY.

Äàêàçàííîå ñâîéñòâî ÿâëÿåòñÿ õàðàêòåðíûì ñâîéñòâîì öåíòðàëüíîé ñèììåòðèè, à èìåííî, ñïðàâåäëèâî îáðàòíîå óòâåðæäåíèå, ÿâëÿþùååñÿ ïðèçíàêîì öåíòðàëüíîé ñèììåòðèè: "Äâèæåíèå, èçìåíÿþùåå íàïðàâëåíèÿ íà ïðîòèâîïîëîæíûå, ÿâëÿåòñÿ öåíòðàëüíîé ñèììåòðèåé."

Î ñèììåòðèè ôèãóð

Ãîâîðÿò, ÷òî **ôèãóðà îáëàäàåò ñèììåòðèåé (ñèììåòðè÷íà)**, åñëè ñóùåñòâóåò òàêîå äâèæåíèå (íå òîæäåñòâåííîå), ïåðåâîäÿùåå ýòó ôèãóðó â ñåáÿ.

Íàïðèìåð, ôèãóðà îáëàäàåò **ïîâîðîòíîé ñèììåòðèåé**, åñëè îíà ïåðåõîäèò â ñåáÿ íåêîòîðûì ïîâîðîòîì.

Ðàññìîòðèì ñèììåòðèþ íåêîòîðûõ ôèãóð:

Îòðåçîê èìååò äâå îñè ñèììåòðèè (ñåðåäèííûé ïåðïåíäèêóëÿð è ïðÿìàÿ, ñîäåðæàùàÿ ýòîò îòðåçîê) è öåíòð ñèììåòðèè (ñåðåäèíà).

Òðåóãîëüíèê îáùåãî âèäà íå èìååò îñåé èëè öåíòðîâ ñèììåòðèè, îí íåñèììåòðè÷åí. Ðàâíîáåäðåííûé (íî íå ðàâíîñòîðîííèé) òðåóãîëüíèê èìååò îäíóîñü ñèììåòðèè: ñåðåäèííûé ïåðïåíäèêóëÿð ê îñíîâàíèþ.

Ðàâíîñòîðîííèé òðåóãîëüíèê èìååò òðè îñè ñèììåòðèè (ñåðåäèííûå ïåðïåíäèêóëÿðû ê ñòîðîíàì) è ïîâîðîòíóþ ñèììåòðèþ îòíîñèòåëüíî öåíòðà ñ óãëîì ïîâîðîòà 120°.

Ó ëþáîãî ïðàâèëüíîãî n-óãîëüíèêà åñòü n îñåé ñèììåòðèè, âñå îíè ïðîõîäÿò ÷åðåç åãî öåíòð. Îí òàêæå èìååò ïîâîðîòíóþ ñèììåòðèþ îòíîñèòåëüíî öåíòðà ñ óãëîì ïîâîðîòà .

Ïðè ÷åòíîì n îäíè îñè ñèììåòðèè ïðîõîäÿò ÷åðåç ïðîòèâîïîëîæíûå âåðøèíû, äðóãèå − ÷åðåç ñåðåäèíû ïðîòèâîïîëîæíûõ ñòîðîí.

Ïðè íå÷åòíîì n êàæäàÿ îñü ïðîõîäèò ÷åðåç âåðøèíó è ñåðåäèíó ïðîòèâîïîëæíîé ñòîðîíû.

Öåíòð ïðàâèëüíîãî ìíîãîóãîëüíèêà ñ ÷åòíûì ÷èñëîì ñòîðîí ÿâëÿåòñÿ åãî öåíòðîì ñèììåòðèè. Ó ïðàâèëüíîãî ìíîãîóãîëüíèêà ñ íå÷åòíûì ÷èñëîì ñòîðîí öåíòðà ñèììåòðèè íåò.

Ëþáàÿ ïðÿìàÿ, ïðîõîäÿùàÿ ÷åðåç öåíòð îêðóæíîñòè ÿâëÿåòñÿ åå îñüþ ñèììåòðèè, îêðóæíîñòü òàêæå îáëàäàåò ïîâîðîòíîé ñèììåòðèåé, ïðè÷åì óãîë ïîâîðîòà ìîæåò áûòü ëþáûì.

Ïîäîáèå

**Ïîäîáèåì ñ êîýôôèöèåíòîì k>0** íàçûâàåòñÿ îòîáðàæåíèå ïëîñêîñòè, ïðè êîòîðîì ëþáûì äâóìÿ òî÷êàì X è Y ñîîòâåòñâóþò òàêèå òî÷êè X' è Y', ÷òî X'Y'=kXY.

Îòìåòèì, ÷òî ïðè k=1 ïîäîáèå ÿâëÿåòñÿ äâèæåíèåì, òî åñòü äâèæåíèå åñòü ÷àñòíûé ñëó÷àé ïîäîáèÿ.

**Ôèãóðà F íàçûâàåòñÿ ïîäîáíîé ôèãóðå F' ñ êîýôôèöèåíòîì k**, åñëè ñóùåñòâóåò ïîäîáèå ñ êîýôôèöèåíòîì k, ïåðåâîäÿùåå F â F'.

Ïðîñòåéøèì, íî âàæíûì ïðèìåðîì ïîäîáèÿ ÿâëÿåòñÿ ãîìîòåòèÿ

Ãîìîòåòèÿ

**Ãîìîòåòèåé ñ öåíòðîì â òî÷êå O è êîýôôèöèåíòîì k** íàçûâàåòñÿ òàêîå îòîáðàæåíèå ïëîñêîñòè, ïðè êîòîðîì êàæäîé òî÷êå X ñîïîñòàâëÿåòñÿ òàêàÿ òî÷êà X', ÷òî OX' = kOX, ïðè÷åì íå èñëþ÷àåòñÿ è âîçìîæíîñòü k<0.

Ïðè k =−1 ïîëó÷àåòñÿ öåíòðàëüíàÿ ñèììåòðèÿ ñ öåíòðîì â òî÷êå O, ïðè k =1 ïîëó÷àåòñÿ òîæäåñòâåííîå ïðåîáðàçîâàíèå.

Îñíîâíîå ñâîéñòâî ãîìîòåòèè

*Ïðè ãîìîòåòèè ñ êîýôôôèöèåíòîì k êàæäûé âåêòîð óìíîæàåòñÿ íà .* Ïîäðîáíåå: åñëè òî÷êè è ïðè ãîìîòåòèè ñ êîýôôôôèöèåíòîì ïåðåøëè â òî÷êè ' è ', òî

'' =

*Äîêàçàòåëüñòâî.*

Ïóñòü òî÷êà − öåíòð ãîìîòåòèè. Òîãäà ' = , ' = . Ïîýòîìó '' = ' − ' = − = ( − ) = .

Èç ðàâíåòñâà '' = ñëåäóåò, ÷òî A'B' = |k|AB, òî åñòü ãîìîòåòèÿ ñ êîýôôèöèåíòîì k ÿâëÿåòñÿ ïîäîáèåì ñ êîýôôôèöèåíòîì |k|.

Îòìåòèì, ÷òî ëþáîå ïîäîáèå ñ êîýôôèöèåíòîì ìîæíî ïðåäñòàâèòü â âèäå êîìïîçèöèè ãîìîòåòèè ñ êîýôôèöèåíòîì è äâèæåíèÿ.

Íåêîòîðûå ñâîéñòâà ãîìîòåòèè

Ãîìîòåòèÿ îòðåçîê ïåðåâîäèò â îòðåçîê.

Ãîìîòåòèÿ ñîõðàíÿåò âåëè÷èíó óãëîâ.

.

Êîìïîçèöèÿ äâóõ ãîìîòåòèé ñ îáùèì öåíòðîì è êîýôôèöèåíòàìè k­1­ è k2 ,áóäåò ãîìîòåòèåé ñ òåì æå öåíòðîì è êîýôôèöèåíòîì Ïðåîáðàçîâàíèå, îáðàòíîå ãîìîòåòèè ñ êîýôôèöèåíòîì áóäåò ãîìîòåòèåé ñ òåì æå öåíòðîì è êîýôôèöèåíòîì 1/k.

**Ñâîéñòâà ïîäîáèÿ.**

Ïîäîáèå îòðåçîê ïåðåâîäèò â îòðåçîê.

Ïîäîáèå ñîõðàíÿåò âåëè÷èíó óãëîâ.

Ïîäîáèå òðåóãîëüíèê ïåðåâîäèò â òðåóãîëüíèê. Ñîîòâåòñâåííûå ñòîðîíû ýòèõ òðåóãîëüíèêîâ ïðîïîðöèîíàëüíû, à ñîîòâåòñâåííûå óãëû ðàâíû

Â ðåçóëüòàòå ïîäîáèÿ ñ êîýôôèöèåíòîì ïëîùàäè ôèãóð óìíîæàþòñÿ íà 2.

Êîìïîçèöèÿ ïîäîáèé ñ êîýôôèöèåíòàìè k­1­ è k2 åñòü ïîäîáèå ñ êîýôôèöèåíòîì k1k2.

Ïîäîáèå îáðàòèìî. Îòîáðàæåíèå, îáðàòíîå ïîäîáèþ ñ êîýôôèöèåíòîì åñòü ïîäîáèå ñ êîýôôèöèåíòîì 1/.