It`s help you! By Taras, Stavropol.

На местах попуска должны быть рисунки (плоскостей, эпюров и т.п.)

ПРОЕКЦИИ ТОЧКИ.

ОРТОГОНАЛЬНАЯ СИСТЕМА ДВУХ ПЛОСКОСТЕЙ ПРОЕКЦИЙ.

Сущность метода ортогонального прое­цирования заключается в том, что предмет проецируется на две взаимно перпендику­лярные плоскости лучами, ортогональны­ми (перпендикулярными) к этим плоско­стям..

Одну из плоскостей проекций Hраспо­лагают горизонтально, а вторую V — вертикально. Плоскость Hназы­вают горизонтальной плоскостью проек­ций, V— фронтальной. Плоскости Hи V бесконечны и непрозрачны. Линия пересечения плоскостей проекций называ­ется осью координат и обозначается *OX.* Плоскости проекций делят пространст­во на четыре двугранных угла — четверти.

Рассматривая ортогональные проекции, предполагают, что наблюдатель находится в первой четверти на бесконечно большом расстоянии от плоскостей проекций. Так как эти плоскости непрозрачны, то види­мыми для наблюдателя будут только те точки, линии и фигуры, которые располо­жены в пределах той же первой четверти.

При построении проекций необходимо по­мнить, что *ортогональной проекцией точки на плоскость называется основание пер­пендикуляра, опущенного из данной точки на эту плоскость.*

На рисунке показаны точка *А* и ее орто­гональные проекции *а1* и *а2.*

Точку *а1* называют *горизонталь­ной проекцией* точки *А,* точку *а2* — ее *фронтальной проекцией*. Каждая из них является основанием перпендику­ляра, опущенного из точки *А* соответ­ственно на плоскости *H* и *V*.

Можно доказать, что *проекции точки всегда расположены на прямых, перпенди­кулярных оси ОХ* *и пересекающих эту ось в одной и той же точке.* Действительно, проецирующие лучи *Аа1* и *Аа2* определя­ют плоскость, перпендикулярную плоско­стям проекций и линии их пересечения — оси *ОХ.* Эта плоскость пересекает *H* и *V* по прямым *а1 аx* и *а1 аx,,* которые образуют с осью *OX* и друг с другом прямые углы с вершиной в точке *аx.*

Справедливо и обратное, т. е. *если на плоскостях проекций даны точки a1* и *a2, расположенные на прямых, пересекающих* ось *OX в данной точке под прямым углом, то они являются проекциями некоторой точки А.* Эта точка определяется пересече­нием перпендикуляров, восставленных из точек *a1* и *a2* к плоскостям *H* и *V*.

Заметим, что положение плоскостей проекций в пространстве может оказаться иным. Например, обе плоскости, будучи взаимно перпендикулярными, могут быть вертикальными Но и в этом случае дока­занное выше предположение об ориентации разноименных проекций точек относи­тельно оси остается справедливым.

Чтобы получить плоский чертеж, состоя­щий из указанных выше проекций, плос­кость *H* совмещают вращением вокруг оси *OX* с плоскостью *V*, как показано стрелками на рисунке. В результате пе­редняя полуплоскость *H* будет совмещена с нижней полуплоскостью *V*, а задняя полуплоскость *H* — с верхней полупло­скостью *V*.

Проекционный чертеж, на котором плос­кости проекций со всем тем, что на них изображено, совмещены определенным об­разом одна с другой, называется *эпю­ром* (от франц. еpure – чертеж). На рисунке показан эпюр точки *А .*

При таком способе совмещения плоско­стей *H* и *V* проекции *a1* и *a2*окажутся расположенными на одном перпендикуля­ре к оси *OX*. При этом расстояние *a1ax**—* от горизонтальной проекции точки до оси *OX* равно расстоянию от самой точки *А* до плоскости *V*, а расстояние *a2ax —* от фронтальной проекции точки до оси *OX* равно расстоянию от самой точки *А* до плоскости *H*.

Прямые линии, соединяющие разнои­менные проекции точки на эпюре, усло­вимся называть *линиями проекци­онной связи*.

Положение проекций точек на эпюре зависит от того, в какой четверти находит­ся данная точка. Так, если точка *В* распо­ложена во второй четверти, то после совмещения плоскостей обе проек­ции окажутся лежащими над осью *OX.*

Если точка *С* находится в третьей чет­верти, то ее горизонтальная проекция по­сле совмещения плоскостей окажется над осью, а фронтальная — под осью *OX.* На­конец, если точка *D* расположена в чет­вертой четверти, то обе проекции ее окажутся под осью *OX.* На рисунке пока­заны точки *М* и *N*, лежащие на плоскостях проекций. При таком положении точка совпадает с одной из своих проекций, дру­гая же проекция ее оказывается лежа­щей на оси *OX.* Эта особенность отражена и в обозначении: около той проекции, с ко­торой совпадает сама точка, пишется за­главная буква без индекса.

Следует отметить и тот случай, когда обе проекции точки совпадают. Так будет, если точка находится во второй или чет­вертой четверти на одинаковом расстоя­нии от плоскостей проекций. Обе проекции совмещаются с самой точкой, если послед­няя расположена на оси *OX.*

ОРТОГОНАЛЬНАЯ СИСТЕМА ТРЕХ ПЛОСКОСТЕЙ ПРОЕКЦИЙ.

Выше было показано, что две проекции точки определяют ее положение в про­странстве. Так как каждая фигура или тело представляет собой совокупность то­чек, то можно утверждать, что и две орто­гональные проекции предмета (при нали­чии буквенных обозначений) вполне опре­деляют его форму.

Однако в практике изображения строи­тельных конструкций, машин и различных инженерных сооружений возникает необ­ходимость в создании дополнительных проекций. Поступают так с единственной целью — сделать проекционный чертеж более ясным, удобочитаемым.

Модель трех плоскостей проекций пока­зана на рисунке. Третья плоскость, перпендикулярная и *H* и *V*, обозначается бук­вой *W* и называется *профильной.*

Проекции точек на эту плоскость будут также именоваться профильными, а обоз­начают их заглавными буквами или циф­рами с индексом 3 *(aз, bз, cз, ... 1з, 2з, 33...).*

Плоскости проекций, попарно пересека­ясь, определяют три оси: *ОX, ОY* и *ОZ,* которые можно рассматривать как систе­му прямоугольных декартовых координат в пространстве с началом в точке О. Сис­тема знаков, указанная на рисунке, со­ответствует «правой системе» координат.

Три плоскости проекций делят про­странство на восемь трехгранных углов — это так называемые *октанты*. Нумера­ция октантов дана на рисунке.

Как и прежде, будем считать, что зри­тель, рассматривающий предмет, находит­ся в первом октанте.

Для получения эпюра плоскости *H* и *W* вращают, как показано на рисунке, до совмещения с плоскостью *V*. В результа­те вращения передняя полуплоскость *H* оказывается совмещенной с нижней по­луплоскостью *V*, а задняя полуплоскость *H* — с верхней полуплоскостью *V*. При повороте на 90° вокруг оси *ОZ* передняя полуплоскость *W* совместится с правой полуплоскостью *V*, а задняя полупло­скость *W* — с левой полуплоскостью *V*.

Окончательный вид всех совмещенных плоскостей проекций дан на рисунке. На этом чертеже оси *ОX* и *ОZ,* лежащие в не подвижной плоскости *V*, изображены только один раз, а ось *ОY* показана дваж­ды. Объясняется это тем, что, вращаясь с плоскостью *H*, ось *ОY* на эпюре совме­щается с осью *ОZ,* а вращаясь вместе с плоскостью *W*, эта же ось совмещается с осью *ОX.*

В дальнейшем при обозначении осей на эпюре отрицательные полуоси (— *ОX,* — *ОY,* — *ОZ)* указываться не будут.

ТРИ КООРДИНАТЫ И ТРИ ПРОЕКЦИИ ТОЧКИ И ЕЕ РАДИУСА-ВЕКТОРА.

*Координатами называют числа, которые ставят в соответствие точке для определе­ния ее положения в пространстве или на поверхности.*

В трехмерном пространстве положение точки устанавливают с помощью прямоу­гольных декартовых координат *х, у* и *z*.

Координату *х* называют *абсциссой*, *у* — *ординатой* и *z* — *аппликатой.* Абсцисса *х* определяет расстояние от дан­ной точки до плоскости *W*, ордината *у —* до плоскости *V* и аппликата *z -* до плос­кости *H*. Приняв для отсчета координат точки систему, показанную на рисунке, составим таблицу знаков координат во всех восьми октантах. Ка­кая-либо точка пространства *А,* заданная координатами, будет обозначаться так: *A (х, у, z).*

Если х = 5, y = 4 и z = 6, то запись примет следующий вид *А* (5, 4, 6). Эта точ­ка *А,* все координаты которой положитель­ны, находится в первом октанте

Координаты точки *А* являются вместе с тем и координатами ее радиуса-вектора

*ОА* по отношению к началу координат. Если *i, j, k* — единичные векторы, направ­ленные соответственно вдоль координат­ных осей *х, у, z* (рисунок), то

*ОА = ОAxi+ОАyj + ОАzk ,*где *ОАХ, ОАУ, ОАг —* координаты векто­ра *ОА*

Построение изображения самой точки и ее проекций на пространственной модели (рисунок) рекомендуется осуществлять с помощью координатного прямоугольного параллелепипеда. Прежде всего на осях координат от точки *О* откладывают отрез­ки, соответственно равные *5, 4 и 6* едини­цам длины. На этих отрезках *( Оax , Оay , Оaz ),* как на ребрах, строят прямоугольный параллелепипед. Вершина его, проти­воположная началу координат, и будет определять заданную точку *А.* Легко заме­тить, что для определения точки *А* доста­точно построить только три ребра парал­лелепипеда, например *Оax , axa1* и *a1А* или *Оay , aya1* и *a1A*и т. д. Эти ребра образу­ют координатную ломаную линию, длина каждого звена которой определяется со­ответствующей координатой точки.

Однако построение параллелепипеда по­зволяет определить не только точку *А,* но и все три ее ортогональные проекции.

Лучами, проецирующими точку на плос­кости *H, V, W* являются те три ребра параллелепипеда, которые пересекаются в точке *А.*

Каждая из ортогональных проекций точки *А,* будучи расположенной на плоско­сти, определяется только двумя координа­тами.

Так, горизонтальная проекция *a1* опре­деляется координатами *х* и *у,* фронтальная проекция *a2* — координатами *х и z,* про­фильная проекция *a3 —* координатами *у* и *z*. Но две любые проекции определяются тремя координатами. Вот почему задание точки двумя проекциями равносильно за­данию точки тремя координатами.

На эпюре (рисунок), где все плоскости проекций совмещены, проекции *a1* и *a2* окажутся на одном перпендикуляре к оси *ОX,* а проекции *a2* и *a3  —* на одном пер­пендикуляре к оси *OZ.*

Что касается проекций *a1* и *a3 ,* то и они связаны прямыми *a1ay* и *a3ay ,* перпендикулярными оси *ОY.* Но так как эта ось на эпюре занимает два положения, то отре­зок *a1ay* не может быть продолжением отрезка *a3ay .*

Построение проекций точки *А (5, 4, 6)* на эпюре по заданным координатам выполня­ют в такой последовательности: прежде всего на оси абсцисс от начала координат откладывают отрезок *Оax = х* (в нашем случае *х = 5),* затем через точку *ax* прово­дят перпендикуляр к оси *ОX,* на котором с учетом знаков откладываем отрезки *axa1 = у* (получаем *a1 )* и *axa2* = *z* (получаем *a2* ). Остается построить профильную проекцию точки *a3 .* Так как профильная и фронтальная проекции точки должны быть расположены на одном перпендикуляре к оси *OZ ,* то через *a3* проводят прямую *a2az* ⊥ *OZ.*

Наконец, возникает последний вопрос: на каком расстоянии от оси *ОZ* должна находиться a3 ?

Рассматривая координатный параллелепипед (см. рисунок), ребра которого *aza3* = O*ay* = *axa1* = *y* заключаем, что ис­комое расстояние *aza3* равно *у.* Отрезок *aza3* откладывают вправо от оси ОZ, если у>0, и влево, если у<0.

Проследим за тем, какие изменения про­изойдут на эпюре, когда точка начнет менять свое положение в пространстве.

Пусть, например, точка *А (5, 4, 6)* станет перемещаться по прямой, перпендикуляр­ной плоскости *V*. При таком движении будет меняться только одна координата *у,* показывающая расстояние от точки до плоскости *V*. Постоянными будут оста­ваться координаты *х и z ,* а проекция точ­ки, определяемая этими координатами, т. е. *a2* не изменит своего положения.

Что касается проекций *a1* и *a3* , то пер­вая начнет приближаться к оси *ОX,* вто­рая — к оси *ОZ.* На рисунках новому положению точки соответствуют обозначе­ния *a1*(*a11 a21 a31* ). В тот момент, когда точка окажется на плоскости *V* (y = 0), две из трех проекций (*a12*и *a32*) будут лежать на осях.

Переместившись из *I* октанта во *II*, точ­ка начнет удаляться от плоскости *V*, ко­ордината *у* станет отрицательной, ее абсо­лютная величина будет возрастать. Горизонтальная проекция этой точки, будучи расположенной на задней полуплоскости *H*, на эпюре окажется выше оси *ОX,* а профильная проекция, находясь на задней полуплоскости *W*, на эпюре будет слева от оси *ОZ.* Как всегда, отрезок *az a33 = у.*

На последующих эпюрах мы не станем обозначать буквами точки пересечения ко­ординатных осей с линиями проекционной связи. Это в какой-то мере упростит чер­теж.

В дальнейшем встретятся эпюры и без координатных осей. Так поступают на практике при изображении предметов, когда *существенно только само изображе­ние предмета, а не его положение относи­тельно плоскостей проекций.*

Плоскости проекций в этом случае определены с точностью лишь до параллельно­го переноса (рисунок). Их обычно переме­щают параллельно самим себе с таким расчетом, чтобы все точки предмета оказа­лись над плоскостью *H* и перед плоско­стью *V*. Так как положение оси X12 оказы­вается неопределенным, то образование эпюра в этом случае не нужно связывать с вращением плоскостей вокруг координатной оси. При переходе к эпюру плоскости *H* и *V* совмещают так, чтобы разноименные проекции точек были распо­ложены на вертикальных прямых.

*Безосный эпюр точек А и В* (рисунок) *не определяет их положения в пространстве, но позволяет судить об их относительной ориентировке.* Так, отрезок △x характери­зует смещение точки *А* по отношению к точке *В* в направлении, параллельном плоскостям H и V. Иными словами, △x указывает, насколько точка *А* расположе­на левее точки *В.* Относительное смещение точки в направлении, перпендикулярном плоскости V, определяется отрезком △y, т. е. точка *А в* нашем примере ближе к наблюдателю, чем точка *В,* на расстоя­ние, равное △y.

Наконец, отрезок △z показывает превы­шение точки *А* над точкой *В.*

Сторонники безосного изучения курса начертательной геометрии справедливо указывают, что при решении многих задач можно обходиться без осей координат. Однако полный отказ от них нельзя при­знать целесообразным. Начертательная геометрия призвана подготовить будущего инженера не только к грамотному выпол­нению чертежей, но и к решению различ­ных технических задач, среди которых не последнее место занимают задачи про­странственной статики и механики. А для этого необходимо воспитывать умение ориентировать тот или иной предмет отно­сительно декартовых осей координат. Ука­занные навыки будут необходимы и при изучении таких разделов начертательной геометрии, как перспектива и аксономет­рия. Поэтому на ряде эпюров этой книги мы сохраняем изображения координатных осей. Такие чертежи определяют не только форму предмета, но и его расположение относительно плоскостей проекций.