Казанский Государственный технический университет им. А.Н. Туполева

Кафедра Радиоуправления

Пояснительная записка к курсовой

работе по курсу

**ТЕОРИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СВЯЗИ**

на тему

Пропускная способность канала.

Выполнил студент гр.5313

Алмазов А.И.

Руководитель: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Оценка \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Комиссия \_\_\_\_\_\_\_\_ ( \_\_\_\_\_\_\_ )

 \_\_\_\_\_\_\_\_ ( \_\_\_\_\_\_\_\_\_ )

 \_\_\_\_\_\_\_\_ ( \_\_\_\_\_\_\_\_\_ )

Казань 2002

Оглавление.

1. Задание…………………………………………………………………..3стр.
2. Введение…………………………………………...……………………4стр.
3. Теоретическая часть…………...……………………………………….5стр.
4. Практическая часть………………………………..…………………..11стр.
5. Заключение………………………………………………..…………...14стр.
6. Литература…………………………………………….……………… 15стр.

 Задание.
 В канале действует аддетивный белый гаусовский шум. Отношение сигнал/шум (Pc/Pш) меняется с 25 до 15 дБ, с шагом 1дБ. F=1,5 кГц; Vк=8\*103 сим/с.

Рассчитать:

1. Изменение пропускной способности канала.
2. Изменение избыточности κ двоичного кода, необходимой для сведения ошибки декодирования к сколь угодно малой величине.

Построить графики зависимостей с=f(Pc/Pш) и κ= f(Pc/Pш).

Введение.

Поставленная задача интересна тем, что мы сможем проследить изменение пропускной способности канала с изменением отношения сигнал/шум . Можно определить пропускную способность С канала в расчете на один символ

Ссимвол=max*I*(A,B),бит/символ
или в расчете на единицу времени (например, на секунду):

С=max*I*’(A,B)=υ Ссимвол , биит/с.

В данном случае мы будем рассчитывать относительно времени. Для этого мы воспользуемся формулой определяющей пропускную способность канала в расчете на единицу времени.

С=Fklog2(1+Pc/Pш),

А для того чтобы определить избыточность передаваемой информации воспользуемся теоремой Шеннона. При условии если теорема Шеннона будет выполняться, то избыточность κ будет равняться 0, значит информация передаётся без потерь. Если нет, то κ будет больше нуля (κ>0). Т.е. чем меньше величина κ, тем меньше будет вероятность ошибки декодирования.

Теоретическая часть.

Пропускная способность канала связи.

В любой системе связи через канал передаётся информация. Её скорость определяется по формуле:

I’(А,В)=H’(А)-H’(А|В)=H’(А)-H’(В|А). (1)

Величина *H*(*A*|*B*) - это потери информации при передаче ее по каналу. Ее также называют *ненадежностью* канала. *H*(*B*|*A*) - *энтропия**шума*; показывает, сколько бит шумовой информации примешивается к сигналу. Передачу сигнала по каналу иллюстрирует рис. 1.

Рис. 1. Передача информации по каналу с помехами

Здесь *I*’(*A*,*B*)=*v*\**I*(*A*,*B*) - скорость передачи информации по каналу.

Как видно из формулы (1), эта скорость зависит не только от самого канала, но и от свойств подаваемого на его вход сигнала и поэтому не может характеризовать канал как средство передачи информации.

Рассмотрим дискретный канал, через который передаются в единицу времени υ символов из алфавита объёмом m. При передачи каждого символа в среднем по каналу проходит количество информации

*I*(A,B)=H(A)-H(A|B)=H(B)-H(B|A), (2)

где А и В- случайные символы на входе и выходе канала. Из четырёх фигурирующих здесь энтропий Н(А)- собственная информация передаваемого символа определяется источником дискретного сигнала и не зависит от свойств канала. Остальные три энтропии в общем случае зависят как от источника сигнала, так и от канала.

 Величина *I*(*A*,*B*) характеризует не только свойства канала, но и свойства источника информации. Пусть на вход канала можно подавать сигналы от различных источников информации с различными распределениями *P*(*A*). Для каждого источника *I*(*A*,*B*) примет свое значение. *Максимальное**количество**информации*, взятое по всевозможным *Р*(*А*), характеризует только канал и называется *пропускной**способностью* (ПС) канала в расчете на один символ:

бит/символ,

где максимизация производится по всем многомерным распределениям вероятностей Р(А).

Также определяют пропускную способность С канала в расчете на единицу времени:

бит/с, (3)

где v - количество символов, переданное в секунду.

В качестве примера вычислим пропускную способность дискретного симметричного канала без памяти (рис. 2) с вероятностью ошибочного перехода -*p*.

Рис. 2. Модель двоичного симметричного канала без памяти

Согласно свойству взаимной информации 2 можно записать: *С*сим=max(*H*(*B*)-*H*(*B*|*A*)). Распишем *H*(*B*|*A*). Исходя из условий задачи вероятность правильной передачи символа по каналу - 1-p, а вероятность ошибочной передачи одного символа *p*/(1-*m*), где *m* - число различных символов, передающихся по каналу. Общее количество верных передач - *m*; общее количество ошибочных переходов - *m*\*(*m*-1). Отсюда следует, что:

.

Следовательно, Н(В/А) не зависит от распределения вероятности в ансамбле А, а определяется только переходными вероятностями канала. Это свойство сохраняется для всех моделей канала с аддитивным шумом.

Максимальное значение *Н*(*В*)=log *m*. Отсюда следует:

. (4)

Пропускная способность в двоичных единицах в расчете на единицу времени:

. (5)

Для двоичного симметричного канала (m=2) пропускная способность в двоичных единицах в единицу времени

С=υ[1+p\*log(p)+(1-p)\*log(1-p)] (6)

Зависимость С/υ от р согласно (6) показана на рис.3

рис.3 Зависимость пропускной способности двоичного симметричного канала без памяти от вероятности ошибочного приёма символа.

При р=1/2 пропускная способность канала С=0, поскольку при такой вероятности ошибки последовательность выходных символов можно получить совсем не передавая сигнала по каналу, а выбирая их наугад, т.е. при р=1/2 последовательности на выходе и входе канала независимы. Случай С=0 называют *обрывом канала*.

Пропускная способность непрерывного канала связи.

Вычисляется аналогично пропускной способности дискретного канала. Непрерывный сигнал дискретизируется во времени с помощью отсчетов согласно теореме Котельникова и информация, проходящая по каналу за время *Т*, равна сумме количества информации, переданной за один отсчет. Поэтому общая ПС канала равна сумме ПС на один такой отсчет:

, (7)

где *U* - переданный сигнал; *Z* - сигнал на выходе канала с наложенными на него шумами; *N* - шум; *Z*=*U*+*N*.

Пусть *U* и *N* - случайные величины с плотностью распределения вероятности *w*, распределенной по нормальному (гауссовскому) закону. Для таких сигнала и шума (см. вывод в [1, с. 114, 117-118]:

.

Отсюда следует:

.

ПС в расчете на секунду будет равна:

, (8)

поскольку при дискретизации сигнала по теореме Котельникова за одну секунду мы получим 2*F* отсчетов, где *F* - верхняя частота спектра сигнала.

Подчеркнем, что формула (8) имеет такой вид только при условии, что плотности распределения вероятностей *w*(*U*) и *w*(*N*) подчиняются нормальному закону.

Формула (8) имеет важное значение, т.к. указывает на зависимость ПС канала от его технических характеристик - ширины полосы пропускания и отношения мощности сигнала к мощности шума.

Чтобы выяснить как зависит пропускная способность от ширины полосы пропускания выразим мощность шума в канале через его одностороннюю спектральную мощность *N0.* Имеем Рш=N0F; поэтому

С=F\*log(1+ Pc/N0\*F )=F\*loge\*ln(1+Pc/N0\*F) (9)

При увеличении F пропускная способность С, бит/с, сначала быстро возрастает, а затем асимптотически стремится к пределу:

C∞=Lim(Pc/N0)\*loge (10)

 Результат (10) получается очень просто, если учесть, что при |ε|<<1 ln(1+ε)≈ε. Зависимость С и F показана на рис.4.

F N0/Pc

рис.4 Зависимость нормированной пропускной способности гауссовского канала от его полосы пропускания.

Теорема кодирования для канала с помехами.

 Это основная теорема кодирования К. Шеннона. Применительно к дискретному источнику информации она формулируется так:

*Теорема*. Если производительность источника сообщений *H*’(*A*) меньше пропускной способности канала *С*: *H*’(*A*)<*С*, то существует такой способ кодирования (преобразования сообщения в сигнал на входе канала) и декодирования (преобразования сигнала в сообщение на выходе), при котором вероятность ошибочного декодирования и ненадежность канала *H*(*A*|*A*\*) могут быть сколь угодно малы. Если же *H*’(*A*)>*С*, то таких способов кодирования и декодирования не существует.

Модель:

 Н(А) Н’(В)

Н’(А)<с

КАНАЛ

КОДЕР

ИС

Если же Н’(А)>с, то такого кода не существует.

Теорема указывает на возможность создания помехоустойчивых кодов.

Н’(А)< Н’(В)

Н’(В)=VkH

Декодер выдаёт на код каналов Vk  символов в секунду. Если в канале потерь нет, то Vk=с.

При Н<1 будет тратится больше одного бита на символ, значит появляется избыточность, т.е. не все символы несут полезную информацию.

Делаем вывод, что смысл теоремы Шеннона заключается в том, что при *H*’(*A*)>*С* невозможна безошибочная передача сообщений по данному каналу, если же *H*’(*A*)<*С*, то ошибки могут быть сведены к сколь угодно малой величине. Таким образом, величина *С* - это предельное значение скорости безошибочной передачи информации по каналу

Практическая часть.

Пропускная способность гауссовского канала определяется [1, стр.118]:

.

Отношение сигнал/шум падает по условию задания с 25 до 15 дБ. Поэтому С также будет уменьшаться. Необходимо уменьшать С/Ш с 25 до 15 дБ с шагом 1 дБ и вычислить по формуле 11 значений С. При этом надо учесть, что в формуле отношение С/Ш - *P*c/*P*ш - дано в разах, поэтому данные в дБ необходимо пересчитать в разы: ; отсюда .

С помощью программы MathCAD получили результаты подсчётов:

С1=1,246\*104  бит/с

С2=1,197\*104 бит/с

С3=1,147\*104 бит/с

С4=1,098\*104 бит/с

С5=1,048\*104 бит/с

С6=9,987\*103 бит/с

С7=9,495\*103 бит/с

С8=9,003\*103 бит/с

С9=8,514\*103 бит/с

С10=8,026\*103 бит/с

С11=7,542\*103 бит/с

Производительность кодера *H*’(*B*)=*v*к\**H*(*B*) должна быть меньше пропускной способности канала С, иначе неизбежны потери информации в канале. Максимальное значение энтропии двоичного кодера *H*max=*H*(*B*)=log2=1 бит. Если С уменьшается, то для избежания потерь информации можно уменьшать *H*(*B*) так, чтобы *H*’(*B*) оставалась все время меньше С. Если же *H*(*B*)<1, это означает, что кодовые символы не равновероятны и зависимы друг от друга, т.е. используется избыточный (помехоустойчивый) код. Избыточность этого кода вычисляется по формуле:

 . (11)

Итак, пропускная способность канала С определяет предельное значение производительности кодера *H*’(*B*): *H*’(*B*)<C. Отсюда находим предельное значение энтропии кодера:

По условию Vk=8\*103 сим/с

В численном виде это выглядит так:

 С/Vk1=1,558 бит/сим

С/Vk 2=1,496 бит/сим

С/Vk 3=1,434 бит/сим

С/Vk 4=1,372 бит/сим

С/Vk 5=1,31 бит/сим

С/Vk 6=1,248 бит/сим

С/Vk 7=1,187 бит/сим

С/Vk 8=1,125 бит/сим

С/Vk 9=1,064 бит/сим

С/Vk 10=1,003 бит/сим

В этих случаях энтропию Н(В) можно брать любой, вплоть до максимальной (Hmax=1 бит/сим).

С/Vk 11=0,943 бит/сим

Т.к. в 11-ом случае условие *H*’(*B*)<C не выполняется, то теорема Шеннона так же не выполняется. Для того чтобы избежать потерь информации, вводим избыточные символы.

Следующим шагом будет вычисление избыточности κ кода, по формуле (11):

 κ=0,057

Чтобы было более наглядно, построим графики зависимостей с=f(Pc/Pш) и κ= f(Pc/Pш).

График зависимости с=f(Pc/Pш) :

График зависимости κ= f(Pc/Pш).

Заключение.

В результате проведённой работы, мы можем сделать вывод, что с уменьшением отношения сигнал/шум пропускная способность канала также уменьшается, что приводит к потери информации. Для того чтобы избежать возникновение ошибок, мы вводили избыточные символы. Избыточность этого кода κ=0,057.

Сделаем вывод, что в результате проведенного расчета поставленная задача была полностью решена.

Литература.

1. Зюко А.Г., Кловский Д.Д. и др. Теория передачи сигналов. -М.: Радио и Связь, 1986.
2. Кловский Д.Д., Шилкин В.А. Теория электрической связи. -М.: Радио и связь, 1990.
3. Методическое пособие по курсовой работе ТЭС.