***Бийский Педагогический Государственный Университет им. Шукшина В. М.***

**КУРСОВАЯ РАБОТА**

***ТЕМА: Психология математических способностей.***

*Выполнил:*

студент ФМФ III курса, гр. 191

Заиграев Александр Сергеевич

*Научный руководитель:*

Вольф Надежда Тимофеевна

***Бийск, 2001г.***

# Что такое способности?

Способности — индивидуально выраженные возможности к успешному осуществлению той или иной деятельности. Включают в себя как отдельные знания, умения навыки, так и готовность к обучению новым способам и приемам деятельности. Для классификации способностей используются разные критерии. Так, могут быть выделены сенсомоторные, перцептивные, мнемические, имажинативные, мыслительные, коммуникативные способности. В качестве другого критерия может выступать та или иная предметная область, в соответствии с чем способности могут быть квалифицированы как научные (математические, лингвистические, гуманитарные); творческие (музыкальные, литературные, художественные); инженерные.

Кратко сформулируем несколько положений общей теории способностей:

1. Способности – это всегда *способности к определенному роду деятельности*, они существуют только в соответствующей конкретной деятельности человека. Поэтому они и выявлены могут быть лишь на основе анализа конкретной деятельности. Соответственно этому и математические способности существуют только в математической деятельности и в ней должны выявляться.
2. Способности – понятие динамическое. Они не только проявляются и существуют в деятельности, они в деятельности создаются, в деятельности и развиваются. Соответственно этому и математические способности существуют только в динамике, в развитии, они формируются, развиваются в математической деятельности.
3. В отдельные периоды развития человека возникают наиболее благоприятные условия для становления и развития отдельных видов способностей и некоторые из этих условий имеют временный, преходящий характер. Такие возрастные периоды, когда условия для развития тех или иных способностей будут наиболее оптимальными, называются сензитивными (Л. С. Выготский, А. Н. Леонтьев). Очевидно, и для развития математических способностей существуют оптимальные периоды.
4. Успешность деятельности зависит от комплекса способностей. Равно и успешность математической деятельности зависит не от отдельно взятой способности, а от комплекса способностей.
5. Высокие достижения в одной и той же деятельности могут быть обусловлены различным сочетанием способностей. Поэтому принципиально можно говорить о различных типах способностей, в том числе и математических.
6. Возможна в широких пределах компенсация одних способностей другими, вследствие чего относительная слабость какой-нибудь одной способности компенсируется другой способностью, что в итоге не исключает возможности успешного выполнения соответствующей деятельности. А. Г. Ковалев и В. Н. Мясищев понимают компенсацию шире – говорят о возможности компенсации недостающей способности умением, характерологическими качествами (терпением, настойчивостью). По-видимому, компенсация того и другого вида может иметь место и в области математических способностей.
7. Сложным и не до конца решенным в психологии является вопрос о соотношении общей и специальной одаренности. Б. М. Теплов склонен был отрицать само понятие общей одаренности, безотносительной к конкретной деятельности. Понятия «способность» и «одаренность» по Б. М. Теплову имеют смысл только в соотношении с конкретными исторически развивающимися формами общественно-трудовой деятельности. Следует, по его мнению говорить о другом, о более общих и более специальных моментах в одаренности. С. Л. Рубинштейн справедливо отметил, что не следует противопоставлять друг другу общую и специальную одаренность – наличие специальных способностей накладывает определенный отпечаток на общую одаренность, а наличие общей одаренности сказывается на характере специальных способностей. Б. Г. Ананьев указал на то, что следует различать общее развитие и специальное развитие и соответственно общие и специальные способности. Каждое из этих понятий правомерно, обе соответствующие категории взаимосвязаны. Б. Г. Ананьев подчеркивает роль общего развития в становлении специальных способностей.

# Исследование математических способностей в зарубежной психологии.

В исследование математических способностей внесли свой вклад и такие яркие представители определенных направлений в психологии, как А. Бинэ, Э. Трондайк и Г. Ревеш, и такие выдающиеся математики, как А. Пуанкаре и Ж. Адамар.

Большое разнообразие направлений определило и большое разнообразие в подходе к исследованию математических способностей, в методических средствах и теоретических обобщениях.

Единственное, в чем сходятся все исследователи, это, пожалуй, мнение о том, что следует различать обычные, «школьные» способности к усвоению математических знаний, к их репродуцированию и самостоятельному применению и творческие математические способности, связанные с самостоятельным созданием оригинального и имеющего общественную ценность продукта.

Большое единство взглядов проявляют зарубежные исследователи по вопросу о  *врожденности или приобретенности математических способностей*. Если и здесь различать два разных аспекта этих способностей – «школьные» и творческие способности, то в отношении вторых существует полное единство – творческие способности ученого-математика являются врожденным образованием, благоприятная среда необходима только для их проявления и развития. В отношении «школьных» (учебных) способностей зарубежные психологи высказываются не столь единодушно. Здесь, пожалуй, доминирует теория параллельного действия двух факторов – биологического потенциала и среды.

Основным вопросом в исследовании математических способностей (как учебных, так и творческих) за рубежом был и остается вопрос о *сущности этого сложного психологического образования*. В этом плане можно выделить три важные проблемы.

1. *Проблема специфичности математических способностей*. Существуют ли собственно математические способности как специфическое образование, отличное от категории общего интеллекта? Или математические способности есть качественная специализация общих психических процессов и свойств личности, то есть общие интеллектуальные способности, развитые применительно к математической деятельности? Иначе говоря, можно ли утверждать, что математическая одаренность – это не что иное, как общий интеллект плюс интерес к математике и склонность заниматься ею?
2. *Проблема структурности математических способностей.* Является ли математическая одаренность унитарным (единым неразложимым) или интегральным (сложным) свойством? В последнем случае можно ставить вопрос о структуре математических способностей, о компонентах этого сложного психического образования.
3. *Проблема типологических различий в математических способностях.* Существуют ли различные типы математической одаренности или при одной и той же основе имеют место различия только в интересах и склонностях к тем или иным разделам математики?

# Исследование проблемы способностей в отечественной психологии.

Основным положением отечественной психологии в этом вопросе является положение о решающем значении социальных факторов в развитии способностей, ведущей роли социального опыта человека, условий его жизни и деятельности. Психические особенности не могут быть врожденными. Это целиком относится и к способностям. Способности всегда результат развития. Они формируются и развиваются в жизни, в процессе деятельности, в процессе обучения и воспитания.

Итак, решающую и определяющую роль играют общественный опыт, социальное воздействие, воспитание. Ну а какова же роль прирожденных способностей?

Конечно, трудно определить в каждом конкретном случае относительную роль врожденного и приобретенного, так как и то и другое слито, неразличимо. Но принципиальное решение этого вопроса в отечественной психологии таково: врожденными способности быть не могут, врожденными могут быть только задатки способностей – некоторые анатомо-физиологические особенности мозга и нервной системы, с которыми человек появляется на свет.

Но какова роль в развитии способностей этих врожденных биологических факторов?

Как отмечал С. Л. Рубинштейн, способности не предопределены, но и не могут быть просто насаждены извне. В индивидах должны существовать предпосылки, внутренние условия для развития способностей. А. Н. Леонтьев, А. Р. Лурия также говорят о необходимых внутренних условиях, делающих возможным возникновение способностей.

Способности не заключены в задатках. В онтогенезе они не проявляются, а формируются. Задаток не потенциальная способность (а способность не задаток в развитии), так как анатомо-физиологическая особенность ни при каких условиях не может развиваться в психическую особенность.

Несколько иное понимание задатков дается в работах А. Г. Ковалева и В. Н. Мясищева. Под задатками они понимают психофизиологические свойства, в первую очередь те, которые обнаруживаются в самой ранней фазе овладении той или иной деятельностью (например, хорошее цветоразличение, зрительная память). Другими словами, задатки – это первичная природная способность, еще не развитая, но дающая себя знать при первых пробах деятельности.

Однако и при таком понимании задатков сохраняется основное положение: способности в собственном смысле слова формируются в деятельности, являются прижизненным образованием.

Естественно, все вышесказанное можно отнести и к вопросу о математических способностях, как виду общих способностей.

# Математические способности и их природные предпосылки (работы Б. М. Теплова).

Хотя математические способности и не были предметом специального рассмотрения в трудах Б. М. Теплова, однако ответы на многие вопросы, связанные с их изучением, можно найти в его работах, посвященных проблемам способностей. Среди них особое место занимают две монографические работы - "Психология музыкальных способностей" и "Ум полководца", ставшие классическими образцами психологического изучения способностей и вобравшими в себя универсальные принципы подхода к этой проблеме, которые возможно и необходимо использовать при изучении любых видов способностей.

В обеих работах Б. М. Теплов не только дает блестящий психологический анализ конкретных видов деятельности, но и на примерах выдающихся представителей музыкального и военного искусства раскрывает необходимые составляющие, из которых складываются яркие таланты в этих областях. Особое внимание Б. М. Теплов уделил вопросу о соотношении общих и специальных способностей, доказывая, что успех в любом виде деятельности, в том числе в музыке и военном деле, зависит не только от специальных компонентов (например, в музыке - слух, чувство ритма), но и от общих особенностей внимания, памяти, интеллекта. При этом общие умственные способности неразрывно связаны со специальными способностями и существенно влияют на уровень развития последних.

Наиболее ярко роль общих способностей продемонстрирована в работе "Ум полководца". Остановимся на рассмотрении основных положений этой работы, поскольку они могут быть использованы при изучении других видов способностей, связанных с мыслительной деятельностью, в том числе и математических способностей. Проведя глубокое изучение деятельности полководца, Б. М. Теплов показал, какое место в ней занимают интеллектуальные функции. Они обеспечивают анализ сложных военных ситуаций, выявление отдельных существенных деталей, способных повлиять на исход предстоящих сражений. Именно способность к анализу обеспечивает первый необходимый этап в принятии верного решения, в составлении плана сражения. Вслед за аналитической работой наступает этап синтеза, позволяющего объединить в единое целое многообразие деталей. По мнению Б. М. Теплова, деятельность полководца требует равновесия процессов анализа и синтеза, при обязательном высоком уровне их развития.

Важное место в интеллектуальной деятельности полководца занимает память. Она очень избирательна, то есть удерживает прежде всего необходимые, существенные детали. В качестве классического примера такой памяти Б. М. Теплов приводит высказывания о памяти Наполеона, который помнил буквально все, что имело непосредственное отношение к его военной деятельности, начиная от номеров частей и кончая лицами солдат. При этом Наполеон был неспособен запоминать бессмысленный материал, но обладал важной особенностью мгновенно усваивать то, что подчинялось классификации, определенному логическому закону.

Б. М. Теплов приходит к выводу, что "умение находить и выделять существенное и постоянная систематизация материала - вот важнейшие условия, обеспечивающие единство анализа и синтеза, то равновесие между этими сторонами мыслительной деятельности, которые отличают работу ума хорошего полководца" (Б. М. Теплов 1985, стр.249). Наряду с выдающимся умом полководец должен обладать определенными личностными качествами. Это прежде всего мужество, решительность, энергия, то есть то, что применительно к полководческой деятельности принято обозначать понятием "воля". Не менее важным личностным качеством является стрессоустойчивость. Эмоциональность талантливого полководца проявляется в сочетании эмоции боевого возбуждения и умении собраться, сосредоточиться.

Особое место в интеллектуальной деятельности полководца Б. М. Теплов отводил наличию такого качества, как интуиция. Он анализировал это качество ума полководца, сравнивая его с интуицией ученого. Между ними существует много общего. Основное же отличие, по мнению Б. М. Теплова, состоит в необходимости для полководца принятия срочного решения, от которого может зависеть успех операции, в то время как ученый не ограничен временными рамками. Но и в том и другом случае "озарению" должен предшествовать упорный труд, на основе которого и может быть принято единственно верное решение проблемы.

Подтверждения положениям, проанализированным и обобщенным Б. М. Тепловым с психологических позиций, можно обнаружить в работах многих выдающихся ученых, в том числе и математиков. Так, в психологическом этюде "Математическое творчество" Анри Пуанкаре подробно описывает ситуацию, при которой ему удалось сделать одно из открытий. Этому предшествовала долгая подготовительная работа, большой удельный вес в которой составлял, по мнению ученого, процесс бессознательного. За этапом "озарения" необходимо следовал второй этап - тщательной сознательной работы по приведению в порядок доказательства и его проверке. А. Пуанкаре пришел к выводу, что важнейшее место в математических способностях занимает умение логически выстроить цепь операций, которые приведут к решению задачи. Казалось бы, это должно быть доступно любому способному логически мыслить человеку. Однако далеко не каждый оказывается способным оперировать математическими символами с той же легкостью, что и при решении логических задач.

Для математика недостаточно иметь хорошую память и внимание. По мнению Пуанкаре, людей, способных к математике, отличает умение уловить порядок, в котором должны быть расположены элементы, необходимые для математического доказательства. Наличие интуиции такого рода - есть основной элемент математического творчества. Одни люди не владеют этим тонким чувством и не обладают сильной памятью и вниманием и поэтому не способны понимать математику. Другие обладают слабой интуицией, но одарены хорошей памятью и способностью к напряженному вниманию и потому могут понимать и применять математику. Третьи владеют такой особой интуицией и даже при отсутствии отличной памяти могут не только понимать математику, но и делать математические открытия (Пуанкаре А., 1909).

Здесь речь идет о математическом творчестве, доступном немногим. Но, как писал Ж. Адамар, "между работой ученика, решающего задачу по алгебре или геометрии, и творческой работой разница лишь в уровне, в качестве, так как обе работы аналогичного характера" (Адамар Ж., стр.98). Для того чтобы понять, какие качества еще требуются для достижения успехов в математике, исследователями анализировалась математическая деятельность: процесс решения задач, способы доказательств, логических рассуждений, особенности математической памяти. Этот анализ привел к созданию различных вариантов структур математических способностей, сложных по своему компонентному составу. При этом мнения большинства исследователей сходились в одном - что нет и не может быть единственной ярко выраженной математической способности - это совокупная характеристика, в которой отражаются особенности разных психических процессов: восприятия, мышления, памяти, воображения.

Среди наиболее важных компонентов математических способностей выделяются специфическая способность к обобщению математического материала, способность к пространственным представлениям, способность к отвлеченному мышлению. Некоторые исследователи выделяют также в качестве самостоятельного компонента математических способностей математическую память на схемы рассуждений и доказательств, методы решения задач и принципы подхода к ним. Советский психолог, исследовавший математические способности у школьников, В. А. Крутецкий дает следующее определение математическим способностям: "Под способностями к изучению математики мы понимаем индивидуально-психологические особенности (прежде всего особенности умственной деятельности), отвечающие требованиям учебной математической деятельности и обусловливающие на прочих равных условиях успешность творческого овладения математикой как учебным предметом, в частности относительно быстрое, легкое и глубокое овладение знаниями, умениями и навыками в области математики" (Крутецкий В.А.,1968).

Исследование математических способностей включает в себя и решение одной из важнейших проблем - поиска природных предпосылок, или задатков, данного вида способностей. К задаткам относятся врожденные анатомо-физиологические особенности индивида, которые рассматриваются как благоприятные условия для развития способностей. Долгое время задатки рассматривались как фактор, фатально предопределяющий уровень и направление развития способностей. Классики отечественной психологии Б. М. Теплов и С. Л. Рубинштейн научно доказали неправомерность такого понимания задатков и показали, что источником развития способностей является тесное взаимодействие внешних и внутренних условий. Выраженность того или иного физиологического качества ни в коей мере не свидетельствует об обязательном развитии конкретного вида способностей. Оно может являться лишь благоприятным условием для этого развития. Типологические свойства, входящие в состав задатков и являющиеся важной их составляющей, отражают такие индивидуальные особенности функционирования организма, как предел работоспособности, скоростные характеристики нервного реагирования, способность перестройки реакции в ответ на изменение внешних воздействий.

Свойства нервной системы, тесно связанные со свойствами темперамента, в свою очередь, влияют на проявление характерологических особенностей личности (В. С. Мерлин, 1986). Б. Г. Ананьев, развивая представления об общей природной основе развития характера и способностей, указывал на формирование в процессе деятельности связей способностей и характера, приводящих к новым психическим образованиям, обозначаемым терминами "талант" и "призвание" (Ананьев Б.Г., 1980). Таким образом, темперамент, способности и характер образуют как бы цепь взаимосвязанных подструктур в структуре личности и индивидуальности, имеющих единую природную основу (Э. А. Голубева 1993).

# Общая схема структуры математических способностей в школьном возрасте по В. А. Крутецкому.

Собранный В. А. Крутецким материал позволил ему выстроить общую схему структуры математических способностей в школьном возрасте.

### Получение математической информации.

* 1. Способность к формализованному восприятию математического материала, схватыванию формальной структуры задачи.

### Переработка математической информации.

* 1. Способность к логическому мышлению в сфере количественных и пространственных отношений, числовой и знаковой символики. Способность мыслить математическими символами.
  2. Способность к быстрому и широкому обобщению математических объектов, отношений и действий.
  3. Способность к свертыванию процесса математического рассуждения и системы соответствующих действий. Способность мыслить свернутыми структурами.
  4. Гибкость мыслительных процессов в математической деятельности.
  5. Стремление к ясности, простоте, экономности и рациональности решений.
  6. Способность к быстрой и свободной перестройке направленности мыслительного процесса, переключению с прямого на обратный ход мысли (обратимость мыслительного процесса при математическом рассуждении).

### Хранение математической информации.

* 1. Математическая память (обобщенная память на математические отношения, типовые характеристики, схемы рассуждений и доказательств, методы решения задач и принципы подхода к ним).

### Общий синтетический компонент.

* 1. Математическая направленность ума.

Выделенные компоненты тесно связаны, влияют друг на друга и образуют в своей совокупности единую систему, целостную структуру, своеобразный синдром математической одаренности, математический склад ума.

Не входят в структуру математической одаренности те компоненты, наличие которых в этой системе не обязательно (хотя и полезно). В этом смысле они являются нейтральными по отношению к математической одаренности. Однако их наличие или отсутствие в структуре (точнее, степень их развития) определяют тип математического склада ума. Не являются обязательными в структуре математической одаренности следующие компоненты:

1. Быстрота мыслительных процессов как временная характеристика.
2. Вычислительные способности (способности к быстрым и точным вычислениям, часто в уме).
3. Память на цифры, числа, формулы.
4. Способность к пространственным представлениям.
5. Способность наглядно представить абстрактные математические отношения и зависимости.

# Заключение.

Проблема математических способностей в психологии представляет обширное поле действия для исследователя. В силу противоречий между различными течениями в психологии, а также внутри самих течений, пока не может быть и речи о точном и строгом понимании содержания этого понятия.

Рассмотренные в данной работе книги подтверждают это заключение. Вместе с тем следует отметить неугасающий интерес к этой проблеме во всех течениях психологии, что подтверждает следующий вывод.

Практическая ценность исследований по этой теме очевидна: математическое образование играет ведущую роль в большинстве образовательных систем, а оно, в свою очередь, станет более эффективным после научного обоснования его основы – теории математических способностей.

Итак, как утверждал В. А. Крутецкий: «Задача всестороннего и гармонического развития личности человека делает совершенно необходимой глубокую научную разработку проблемы способности людей к тем или иным видам деятельности. Разработка этой проблемы представляет как теоретический, так и практический интерес».

# Список литературы:

Адамар Ж. Исследование психологии процесса изобретения в области математики. М., 1970.   
Ананьев Б.Г. Избранные труды: В 2-х томах. М., 1980.   
Голубева Э.А., Гусева Е.П., Пасынкова А.В., Максимова Н.Е., Максименко В.И. Биоэлектрические корреляты памяти и успеваемости у старших школьников. Вопросы психологии, 1974, № 5.   
Голубева Э.А. Способности и индивидуальность. М., 1993.   
Кадыров Б.Р. Уровень активации и некоторые динамические характеристики психической активности.   
Дис. канд. психол. наук. М., 1990.   
Крутецкий В.А. Психология математических способностей школьников. М., 1968.  
Мерлин В.С. Очерк интегрального исследования индивидуальности. М., 1986.   
Печенков В.В. Проблема соотношения общих и специально человеческих типов в.н.д. и их психологических проявлений. В книге "Способности и склонности", М., 1989.   
Пуанкаре А. Математическое творчество. М., 1909.  
Рубинштейн С.Л. Основы общей психологии: В 2-х т. М., 1989.   
Теплов Б.М. Избранные труды: В 2-х томах. М., 1985.

# Содержание:

1. Что такое способности? (стр. 2)
2. Исследование математических способностей в зарубежной психологии. (стр. 4)
3. Исследование проблемы способностей в отечественной психологии. (стр. 6)
4. Математические способности и их природные предпосылки (работы Б. М. Теплова). (стр. 8)
5. Заключение. (стр. 14)
6. Список литературы. (стр. 15)