**БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАТИКИ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ**

**Кафедра радиотехнических систем**

**РЕФЕРАТ**

**На тему:**

**«Параметры кодов. Контроль, обнаружение и исправление ошибок»**

**МИНСК, 2008**

1. **Параметры кодов**

**Определение 1.** Код – это множество дискретных сигналов, выбранное для передачи сообщений. Коды характеризуются следующими параметрами:

**1** Основание кода  – число элементов множества , выбранное для построения кода. Например, если:

**а)** , то  для троичного кода;

**б)**   для двоичного кода.

Практически .

Замечание – Эффективность каналов передачи (хранения) информации возрастает с переходом на недвоичные коды.

**2** Длина кода  (значность) – число символов кодового слова.

**Определение 2.** Последовательности элементов (символов) длиной  называются кодовыми словами или кодовыми векторами. Говорят, что слово

 имеет длину ; , 

Параметр  определяет следующие особенности класса кодов. Коды бывают:

**а)** равномерные (блоковые), ;

**б)** неравномерные, ;

**в)** бесконечные, . К бесконечным относят коды:

1. свёрточные;
2. цепные;
3. непрерывные.

У равномерных (блоковых) кодов поток данных разделяется на блоки по  информационных символов, и далее они кодируются  – символьными кодовыми словами.

Для непрерывного кода поток данных разбивается на блоки длины , которые называются кадрами информационных символов. Эти кадры кодируются  символами кодового слова (кадрами кодового слова). При этом кодирование каждого кадра информационных символов в отдельные кадры кодового слова производится с учетом предыдущих  кадров информационных символов.

# На рисунке 1.1 показаны структуры кодирования блоковыми и непрерывными кодами.

k-битовый n-битовый n-битовый k-битовый

блок блок блок блок

Кодер

##### Канал

Декодер

##### Блоковый код

k0 битов/кадр n0 битов/кадр n0 битов/кадр k0 битов/кадр

Кодер

Канал

Декодер

Непрерывный код

Рисунок 1.1

**3** Размерность кода  – число информационных позиций кодового слова.

**4** Мощность кода  – число различных кодовых последовательностей (комбинаций), используемых для кодирования.

– максимальное число кодовых комбинаций при заданных  и . Например, ; ; .

**Определение 3.** Код, у которого используются все комбинации, называется полным (безизбыточным).

**Определение 4.** Если число кодовых слов кода , то код называется избыточным.

**Пример** – Пусть , , .

Код   – избыточный; .

**5** Число проверочных (избыточных) позиций кодового слова .

Пусть , , . Тогда на длине слова из семи символов – три избыточных.

**6** Скорость передачи кода . Для приведенного примера .

**7** Кратность ошибки . Параметр указывает, что все конфигурации из 

или менее ошибок в любом кодовом слове могут быть исправлены.

**8** Расстояние Хэмминга между двумя векторами (степень удаленности любых кодовых последовательностей друг от друга) .

**Определение 5.** Если  и  кодовые векторы, то расстояние Хэмминга равно числу позиций, в которых они различаются. Может обозначаться и как – . Например, ;.

Замечание – С позиции теории кодирования показывает, сколько символов в слове надо исказить, чтобы перевести одно кодовое слово в другое.

**9** Кодовое расстояние (минимальное расстояние кода) .

**Определение 6.** Наименьшее значение расстояния Хэмминга для всех пар кодовых последовательностей кода называют кодовым расстоянием. , где ; ; .

**Определение 7.** Код значности , размерности  и расстояния  называется - кодом.

**Пример** – Можно построить следующий код:

 ; ; ; .

Данный код можно использовать для кодирования 2–битовых двоичных чисел,

используя следующее (произвольное) соответствие:



Найдем кодовое расстояние этого кода:

;

;

;

;

;

.

Следовательно, для этого кода .

Замечание –  характеризует корректирующую способность кода .

**10** Вес Хэмминга вектора равен числу ненулевых позиций , обозначается . Например, .

Используя определение веса Хэмминга, получим очевидное выражение  (1.1)

**Пример** – ;

 .

3

Из выражения (1.1) следует, что минимальное расстояние Хэмминга равно , где ; ; .

## Замечание – Для нахождения минимального расстояния линейного кода не обязательно сравнивать все возможные пары кодовых слов. Если и принадлежат линейному коду , то – также является кодовым словом кода . Такой код является аддитивной группой (определена операция сложения) и, следовательно, , где и , т.е. справедлива теорема.

**Теорема 1.** Минимальное расстояние линейного кода равно минимальному весу ненулевых кодовых слов.

Т.к. , то возникает вопрос о величине , такой, чтобы код обеспечивал контроль ошибок, т.е. обнаружение и исправление ошибок.

**2 Контроль ошибок**

Кодовое слово можно представить в виде вектора с координатами в  – мерном векторном пространстве. Например, для вектор  находится в трёхмерном евклидовом пространстве, рисунок 1.2. Разрешенными для передачи выбраны вектора и .

X0

1 0 0 1 1 0

1 0 1 1 1 1

0 0 0 0 1 0 X1

0 0 1 0 1 1

X2

## Рисунок 1.2

Рисунок дает наглядную алгебраическую интерпретацию понятия “мощность кода”:

**а)** кодовые слова полного кода определяют  – мерное пространство, состоящее из  последовательностей (– трехмерное пространство, состоящее при из 8 последовательностей полного кода);

**б)** кодовые слова избыточного кода определяют подпространство (подмножество)  – мерного пространства, состоящее из  последовательностей.

Под воздействием помех происходит искажение отдельных разрядов слова. В результате разрешённые для передачи кодовые векторы переходят в другие векторы (с иными координатами) – запрещённые. Факт перехода разрешённого слова в запрещённое для передачи слово можно использовать для контроля за ошибками.

Возможна ситуация, когда разрешённый вектор переходит в другой разрешённый кодовый вектор: . В этом случае ошибки не обнаруживаются, и контроль становится неэффективным.

Из рассмотренной модели можно сделать следующий важный вывод: для

того чтобы передаваемые векторы можно было бы отличать друг от друга при наличии помех, необходимо располагать эти векторы в  – мерном пространстве

как можно дальше друг от друга. Из этой же – мерной модели следует геометрическая интерпретация расстояния Хэмминга:  – это число рёбер, которыенужно пройти, чтобы перевести один вектор в другой, т.е. попасть из вершины одного вектора в вершину другого.

**2.1 Обнаружение и исправление ошибок**

Стратегия обнаружения заключается в следующем. Декодер обнаруживает ошибку при априорном условии, что переданным словом было ближайшее по расстоянию к принятому слову. Покажем применение этого утверждения.

**Пример** **1**. Пусть ; . Разрешенным для передачи является множество кодовых слов:

.

Очевидно, что код  имеет . Любая одиночная ошибка трансформирует данное кодовое слово в другое разрешенное слово. Это случай безизбыточного кода, не обладающего корректирующей возможностью.

**Пример** **2.** Пусть теперь подмножество  разрешённых кодовых слов предоставлено в виде двоичных комбинаций с чётным числом единиц.

.

Заданный код  имеет . Запрещенные кодовые слова представлены в виде подмножества :

.

Если , то ни одно из разрешенных кодовых слов (т.е. кода ) при одиночной ошибке не переходит в другое разрешённое слово этого же кода. Таким образом, код  обнаруживает:

– одиночные ошибки;

– ошибки нечетной кратности (для - тройные).

Например, тройная ошибка кодового слова ; , переводит его в запрещенный вектор .

Вывод – В общем случае, при необходимости обнаруживать ошибки кратности  кодовое расстояние кода должно быть

.

**Пример** **3**. Пусть ; ; код  задан векторами  и .

При возникновении одиночных ошибок или множества векторов



кодовому слову соответствует следующее запрещенное подмножество 

.

mod 2

Кодовому слову  соответствует запрещенное подмножество 

mod 2

==

Таким образом, коду – разрешенному для передачи подмножеств векторов соответствует два запрещенных подмножества векторов и :

=

= .

=

Стратегия исправления ошибок заключается в следующем:

– каждая из одиночных ошибок приводит к запрещенному кодовому слову того или иного запрещенного подмножества ( и );

– структура кодового запрещенного подмножества, относящаяся к соответствующему исходному разрешенному подмножеству, позволяет определить местоположение ошибки, т.е. исправить ошибку.

Для исправления ошибок кратности  кодовое расстояние должно удовлетворять соотношению . (1.2)

Используя эту формулу, можно записать

,

где  обозначает целую часть числа .

Замечание – Существуют модели каналов (например, канал с дефектами), в которых величина  может быть больше, чем в выражении (1.2).

**ЛИТЕРАТУРА**

* Митюхин А.И., Игнатович В.Г. Линейные групповые коды: Учеб. пособие. – Мн. :БГУИР, 2002.
* Митюхин А.И. Элементы абстрактной алгебры: Учеб.пособие. – Мн.: БГУИР, 2000.
* Лосев В.В. Помехоустойчивое кодирование в радиотехнических системах передачи информации: Метод. Пособие Ч.1. Линейные коды. – Мн.: ВШ, 2004.