**Рассмотрение онтологического статуса предметов математики в некоторых философских системах**

Гутнер Г.

К математическим образам и способам рассуждения философы, как правило, обращаются очень охотно. (См. примечание 1) Поэтому представить здесь сколько-нибудь полный обзор различных философских представлений о математических предметах не представляется возможным. Для этого пришлось бы написать нечто вроде курса истории философии. Задача настоящей главы состоит в том, чтобы выделить два принципиально отличных друг от друга подхода к математической онтологии, в рамках которых возникают различные определения существования. Прежде всего мы обратимся к пониманию природы математических объектов в философии Платона и Аристотеля. Их взгляды на математику явили своего рода парадигму для многих последующих поколений. Вполне естественно рассматривать их концепции математики как конкурирующие. Наверное можно легко проследить идущие через века "линию Платона" и "линию Аристотеля", связывая первую с реализмом, а вторую с эмпиризмом в подходе к математической онтологии. Нас, однако, больше будет интересовать тот общий подход, который был выработан совместно обоими философами и который, в известном смысле, может быть противопоставлен трансцендентальному рассмотрению математического рассуждения.

**1 Платон и Аристотель: определение сущности**

Отношение Платона к математике естественно рассматривать в рамках проводимого им различения между подлинным бытием и становлением. Онтологический статус любой вещи определяется в терминах такого различения. Вещь существует в той мере, в какой причастна подлинному бытию, и в той же мере она может быть познана умом. То, что доступно чувству (и в той мере, в какой оно доступно чувству) не существует, а лишь становится, и о нем возможно лишь мнение, а не знание. Такого рода различение встречается во многих диалогах - сошлемся хотя бы на следующий пассаж из "Тимея": "Представляется мне, что для начала должно разграничить вот какие две вещи: что есть вечное, не имеющее возникновения бытие и что есть вечно возникающее и никогда не сущее. То, что постигается с помощью размышления и рассуждения, очевидно, и есть вечно тождественное бытие; а то, что подвластно мнению и неразумному ощущению, возникает и гибнет, но никогда не существует на самом деле" (Тимей, 27d-28a). Платон неоднократно обращался к этому противопоставлению и попыткам описать мир бытия и мир становления, но один интересный аспект описания последнего он обнаружил в диалоге "Филеб". Там указывается, что, характеризуя данные чувств (т.е. высказывая мнение), мы всегда сопоставляем одно ощущение с другим такого же рода. Мы говорим о чувственно воспринимаемой вещи, что она "более теплая" или "более холодная" (чем, например, другая вещь или та же самая в другое время). В мнении мы всегда прибегаем к сопоставлению, выражая его словами "более" или "менее", "сильнее" или "слабее". Таким образом мы выстраиваем беспредельную шкалу отношений - ведь говоря "больше", мы всегда подразумеваем возможность другого, которое больше (сильнее, теплее), чем воспринимаемое сейчас. Мир становления предстает именно как набор отношений, где ничего не существует самостоятельно, но определяется лишь по сопоставлению с другим. Это какая-то беспредельная совокупность не имеющих отчетливого определения и ясного очертания предметов, которые можно лишь сопоставлять с другим, но нельзя рассмотреть каждый самостоятельно, "сам по себе" ("Филеб" 24b-d).

Теперь противопоставления подлинного сущего и становящегося может быть описано в следующих терминах: первое познается и существует самостоятельно, само по себе, а потому и определяется само из себя, как независимая от другого сущность. Второе же лишь видится и мнится в совокупности, как нечто, не имеющее собственного определения, но предстающее обязательно совместно с другим. Оно не обладает никакими собственными характеристиками, оно лишь "более" или "менее", чем другое. Это элемент в беспредельной совокупности отношений, который если чем и определяется, то только отличием от другого. Существование, таким образом, оказывается тождественно самоопределенности. Чем в большей мере самостоятельна вещь, тем с большим правом она может быть признана сущей. В главах V-VII "Государства" Платон выстраивает целую иерархию сущностей, место которых тем выше, чем меньше нуждаются они в другом для своего определения. По поводу находящегося на вершине иерархии Блага (или Первообраза в "Тимее" или Единого в "Пармениде"), впрочем, уже оказывается невозможно сказать, что оно существует, поскольку, определяя все остальное, оно оказывается недоступно никакому определению и познанию.

Каково же место математических предметов в этой иерархии? Прежде всего, следует сказать о числах и счете. Разговор о них начинается тогда, когда возникает потребность установить в чувственном мире хотя бы какую-то определенность, т.е. начать не только ощущать вещи, но и размышлять о них. Для этого же необходимо прежде всего отделить одно ощущаемое от другого, выделить их в нечто (хотя бы отчасти) самостоятельное. "Если каждый из них один, а вместе их два, то эти два будут в мышлении разделены" ("Государство", VII, 524c)... и далее "Для выяснения этого мышление в свою очередь вынуждено рассмотреть большое и малое, но не в их слитности, а в их раздельности: тут полная противоположность зрению." Но разделять и обособлять предметы значит их пересчитывать, т.е. указывать сначала на одно, потом на второе, потом на третье. Мы уже не говорим о чем-то, что оно "более легкое" или "менее теплое". Мы выделяем его как нечто особенное в ряду пересчитываемых предметов. Ряд отдельных сущностей оказывается доступен мысли именно благодаря числу. Следовательно число есть начало (причина) самостоятельного существования чувственно воспринимаемой вещи. Ее можно мыслить прежде всего благодаря количеству.

Платон рассматривает обращение к числу как способ пробуждения мысли и ее обращения к подлинному бытию. Будучи причинами обособленного бытия вещей, числа поэтому интересны как сущие сами по себе, как самостоятельные сущности. По мысли Платона рассмотрение этих самостоятельных сущностей должно обратить ум к рассмотрению Блага. Последнее играет по отношению к числам ту же роль, какую они по отношению к пересчитываемым вещам - оно есть причина их бытия и благодаря ему их можно мыслить. Следовательно, если рассматривать существование как полную самодостаточность и определенность в себе, то и числа не существуют в полной мере. Их существование несамостоятельно и зависимо от другого (того, что не является числом).

Похожее рассуждение Платон проводит и по поводу геометрии. От чувственного созерцания вещей мысль обращалась к числам.

Точно также от чувственного созерцания чертежей (или геометрических построений, проводимых в практических целях - "Государство" 526d) геометр обращается к вечным сущностям - геометрическим фигурам самим по себе. Эти последние есть причины существования первых. Чертеж - нечто вспомогательное, нужное лишь для обращения к самостоятельной и независимо от всяких построений существующей вещи, постигаемой только размышлением. Однако и такие вещи не вполне самостоятельны - также как и числа. Их можно созерцать умом лишь благодаря Благу, которое есть причина их постигаемости и их существования. Платон утверждает, что если бы геометр имел возможность исходить из идеи Блага, как подлинного начала геометрических сущностей, то он вовсе не нуждался бы в чертежах, а мог бы постигать фигуры лишь умом ("Государство" 511e-d).

Таким образом, онтологический статус математических предметов определяется их промежуточным (срединным) положением между становящимися и не сущими в полной мере вещами и абсолютно сущим (т.е. абсолютно независимым) Благом. Они могут быть рассмотрены как самостоятельные сущности и тем отличаются от становящихся вещей (которые явлены лишь через отношение к другому). Однако их рассмотрение зависит от ряда условий, т.е. они не мыслимы в полной мере сами по себе. Математическое рассуждение неизменно включает множественность изучаемых предметов и включает не только каждый такой предмет, но и отношения между ними. С другой стороны, мыслимость предметов математики возможна лишь благодаря Благу или Единому.

Рассмотрение "бытия самого по себе", как основного определения существования, было совершенно иначе проведено Аристотелем. Однако само понимание существования является общим для обоих философов. Аристотель, однако, разработал систему терминов, в которых вопрос о существовании можно поставить более ясно, чем это делает Платон.

О существовании, как о самостоятельном существовании, Аристотель начинает говорить в пятой книге "Метафизики" следующим образом: "Самостоятельное существование в себе приписывается тому, что обозначается через различные формы категориального высказывания: ибо на сколько ладов эти различные высказывания производятся, столькими путями они (здесь) указывают на бытие" ("Метафизика", V, 7). Эта отсылка к категориям заставляет немедленно вспомнить об основной категории, о сущности (oysia), к рассмотрению которой Аристотель тут же и переходит. В предварительном рассмотрении (в V книге) указывается два основных значения этой категории: подлежащее (ypokeimenon), т.е. то, что ни о чем не сказывается, но о чем сказывается все остальное; и "суть бытия", о которой Аристотель говорит, что она есть определение всякой вещи.

Здесь уже выделен главный (не рассмотренный у Платона) аспект самостоятельности - особое место сущности в рассуждении. Сущность то, что ни о чем не сказывается. То, что сказывается о ней, зависимо от нее. Следовательно на сущность, понятую как подлежащее (в русском переводе используется также латинский термин "субстрат"), можно лишь непосредственно указать. Но благодаря такому указанию не возникает еще никакой определенности. Поэтому понимание сущности как подлежащего должно быть дополнено пониманием сущности как "сути бытия". Последний оборот есть попытка перевода вопросительного выражения: "to ti hn einai", которое можно, по-видимому,перевести как "что есть это". Следовательно "суть бытия" подразумевает,прежде всего, определение единичного предмета, на которой в данный момент указывается. Такое определение и должно включить всю полноту категориальных высказываний. Самостоятельно существует и определена как сущность вещь, рассмотренная именно в этой полноте. Все способы описания через категории обретают смысл именно как ответ на вопрос "что есть это?". Тогда они становятся "сутью бытия" существующего предмета.

Итак сущность, как категория, обозначающая самостоятельное существование, включает два момента: непосредственное указание на единичный предмет и полноту логического определения этого предмета. Нам сейчас нет необходимости подробно рассматривать, что должно включать такое определение, но один его аспект представляется особенно важным. Завершая VII книгу "Метафизики" (целиком посвященную "сути бытия"), Аристотель указывает, что суть бытия вещи "в некоторых случаях есть конечная цель". Вопрос "что есть это", подразумевает, следовательно и вопрос "для чего". В самом деле, самостоятельное существование требует завершенности, окончательной оформленности, которой далеко не всегда обладает предмет непосредственного указания. Суть бытия для груды камней и бревен не означает ее подробного описания. Никакого самостоятельного значения эта груда не имеет. Поэтому, говоря о ее сущности, мы должны описать дом, который будет из этого материала построен. Точно также сутью бытия для мальчика Аристотель считает взрослого человека, а для зерна - развитое растение. Сущность в полном смысле поэтому есть реализованная цель или полная осуществленность (enteleceia). О ней Аристотель говорит, что она, будучи последней в порядке возникновения, является первой по сущности.

Вопрос о существовании математических предметов может быть теперь сформулирован так: "Являются ли математические предметы сущностями?" Аристотель тщательно разбирает этот вопрос и дает на него однозначно отрицательный ответ. Он находит множество нелепостей, вытекающих из того, что за предметами математики (геометрическими фигурами и числами) признается самостоятельное существование. Изучая вопрос о существовании математических предметов, мы должны прежде всего исключить из рассмотрения общие понятия. Ни о каком треугольнике "вообще" (или кубе "вообще") не может быть здесь и речи, поскольку общее не может быть сущностью. Это Аристотель устанавливает в VII книге "Метафизики" и основным аргументом выступает то, что общее всегда сказывается о каком-нибудь подлежащем. Следовательно, речь может идти только о единичном, "вот этом" математическом предмете. Далее, разбирая основные геометрические образы - точка, линия, плоскость и тело, - Аристотель устанавливает (XIII,2), что только последнее может в каком-то смысле рассматриваться как сущность. Ни точка, ни линия, ни плоскость сущностями быть не могут, поскольку непосредственное указание на них возможно лишь тогда, когда они присутствуют в некотором теле. Из предположения об их самостоятельном существовании вне тела Аристотель выводит массу нелепостей. Но даже не касаясь подробностей его аргументации, можно легко видеть, что невозможно указать на точку иначе, как на границу некоторой линии, на линию - как на границу поверхности, на поверхность - как на границу тела. Иными словами точка, линия и поверхность не могут обладать даже относительной самостоятельностью, т.е. не могут рассматриваться как особые сущности, существующие в теле, подобно тому, например, как части существуют в целом. Они не обладают никакой самостоятельностью, ибо всегда подразумевают нечто другое, границей чего являются.

Весьма пространное рассуждение приводит также Аристотель, доказывая невозможность самостоятельного существования чисел. Мы не будем здесь вникать в детали полемики, которую он ведет с пифагорейскими и платоническими концепциями, а приведем лишь один аргумент, релевантный логике нашего рассуждения. Число, очевидно, может быть представлено как составная сущность. Оно состоит из единиц, которые представляют его материю (XIII,8). Следовательно, число "по сущности" предшествует единице, составляя суть бытия для набора единиц. Причем эта "суть бытия" может в данном случае быть понята и как цель, как энтелехия и в этом смысле начало для единицы. Продолжив это рассуждение мы можем заключить, что также и всякое последующее число есть начало для любого из предшествующих ему в ряду чисел. Ведь оно всегда может быть представлено как состоящее из этих чисел. Но тогда никакое число не является энтелехией и сущностью, поскольку суть его бытия в другом. В поисках сути бытия для каждого числа (т.е. в поисках ответа на вопрос "что есть это число?") мы вынуждены идти в бесконечность. Иными словами суть бытия для чисел невозможна, т.е. они не являются сущностями.

Однако Аристотель не утверждает, что математические предметы не существуют вовсе. Не может же математика быть наукой о том, чего нет. Он лишь говорит, что для чисел и геометрических фигур существование нужно понимать в особом смысле. Определяя онтологический статус для предметов математики, Аристотель находит его таким же как для любой другой науки - всякая наука изучает нечто существующее, т.е. сущности, но не поскольку они сущности, а лишь в той мере, в какой эти сущности обладают интересующими данную науку свойствами. Так медицина изучает болезнь и здоровье, которые не существуют сами по себе, а являются свойствами человека. Но врача не может интересовать суть бытия человека, равно как и множество его разнообразных других свойств. Геометрия также изучает сущности, но лишь постольку, поскольку они являются телами, будучи телами ограничены поверхностями, содержат линии и точки. Арифметика выделяет иной аспект существования, рассматривая сущности с точки зрения их количества. Таким образом Аристотель вполне ясно определяет онтологический статус математических предметов - они являются свойствами сущности, которые, не имея самостоятельного существования, могут, тем не менее, рассматриваться отдельно. Это отдельное от сущности рассмотрение порождает нечто вроде иллюзии самостоятельности, которая и может интерпретироваться как существование в математике.

При очевидной противоположности взглядов Платона и Аристотеля на природу предметов математики, они все же разрабатывают некий общий подход к рассмотрению онтологического статуса этих предметов. Прежде всего они полагают самостоятельность и определенность через самое себя как критерий существования. Следовательно онтологический статус предмета состоит в его отношении к подлинно существующему. Интересно, что оба философа, в конечном счете, отказывают математическим предметам в высшем онтологическом статусе (если можно так выразиться), поскольку ни тот, ни другой не наделяют их полной самодостаточностью. Хотя Аристотель и выражает эту мысль гораздо решительней, чем Платон, однако и для Платона числа и геометрические сущности зависимы от идеи Блага и определены через него. Поэтому, на наш взгляд, не очень уместно называть платонизмом позднейшие философско-математические построения, рассматривающие мир математических объектов как самостоятельную реальность, изучаемую математиками.

**2 Сущность как мыслящая субстанция**

Идея сущности, как самостоятельного существования, изучение которого состоит в рассмотрении свойств, была воспринята европейской философией и очень надолго закрепилась в ней под названием "субстанции". (См. примечание 2)Ее уже в XVII веке определяли например так: "То, что существует само в себе и представляется само через себя, т.е. то представление чего не нуждается в представлении другой вещи, из которого оно должно было бы образоваться" ([52], с.1). В Новое время из определения этой категории выводились самые разные следствия. Представление о самостоятельном существовании интерпретировалось по-разному разными философами, но само это представление почти всегда оказывалось основой для определения онтологического статуса предмета. Однако иногда это определение делалось так, что представление о субстанции оказывалось в нем крайне размытым и, в конечном счете, несущественным. Мы разберем здесь две концепции математического существования, демонстрирующие серьезное переосмысление аристотелевского понятия сущности.

Прежде всего нам необходимо обратиться к той онтологии, которая возникает в философии Декарта - подход к проблеме существования, разработанный этим мыслителем является и в самом деле очень неожиданным поворотом в понимании определения сущности. При этом, однако, (как мы попытаемся показать) он ни в чем не изменил букве аристотелевского определения. Сама идея субстанции - т.е. сущего самого по себе, не сказывающегося ни о чем, о котором, однако, сказывается другое, зависящее от него, - сохраняется Декартом без изменений.

Важно, что Декарт подходит к названной идее совершенно с другой стороны. Его задача - найти метод ясного и достоверного познания, который он характеризует так: "Весь метод состоит в порядке и расположении тех вещей, на которые надо обратить взор ума, чтобы найти какую-либо истину" ([22], с.91). Этот порядок расположения вещей обусловлен последовательностью обоснования. Суть познания (как она описана в "Правилах для руководства ума") состоит в сведении неизвестного к уже известному, т.е. более сложного и запутанного к более простому. Сведение же означает выведение истин о сложном из истин об уже известных простых вещах. Вещи выстраиваются в ряды так, что одни из них могут быть познаны на основании других (Правило VI). Так понятое познание требует введения некоторого беспредпосылочного начала, которое не из чего не выводится. Декартовское учение о методе необходимо предполагает установление самых простых вещей и самых простых истин.

Пытаясь описать природу таких истин Декарт вводит различение между абсолютным и относительным. "Абсолютным я называю все, что заключает в себе искомую чистую и простую природу, например, все то, что рассматривается как независимое, причина, простое, всеобщее, единое, равное, подобное, прямое и другое в том же роде. Я называю абсолютное также самым легким для того, чтобы пользоваться им для разрешения вопросов" ([22], с. 93). Относительным называется то, что выводится из абсолютного. В характеристике относительного следует выделить один важный момент - оно "вносит в свое понятие нечто другое, что я именую отношениями; таковым (т.е. относительным) является все то, что называют зависимым, действием, сложным, частным, множественным, неравным, несходным, непрямым. Эти относительные вещи отдалены от абсолютного тем больше, чем больше они содержат подобных отношений, подчиненных друг другу" ([22], c. 93; курсив мой - Г.Г.). Таким образом правильный метод познания вновь приводит к прежней оппозиции самостоятельно существующего и определенного через самого себя и зависимого, нуждающегося для своего определения в другом. Первое, названное здесь абсолютным, Декарт в дальнейшем прямо назовет субстанцией. Обратим внимание на воспроизведение платоновской характеристики того, что такой простотой и самостоятельностью не обладает: оно понимается как совокупность отношений, т.е. требует для своего определения различения и установления отношений с другим.

Итак задача состоит в том, чтобы обнаружить самую простую идею, которая не требовала бы для своего определения никакого другого и не включала бы в себя никаких отношений. В "Правилах для руководства ума" в качестве такой идее устанавливается идея протяжения. Под последним понимается все, "что обладает длиной глубиной и шириной" (c. 136). Декарт утверждает: "Нет ничего, что легче бы представлялось нашим воображением" (Там же). Идея протяжения необходимо включает в себя представление тела. В воображении невозможно создать две различные идеи: тела и протяжения. Следовательно, одной из исходных идей всякого рассуждения является идея протяженного тела. Именно эта идея дает возможность установить существование чего-либо. Она обозначает субстанцию наиболее "ясно и отчетливо".

В "Первоначалах философии" Декарт прямо связал идею субстанции с идеей существования. Из утверждения (названного им аксиомой), что у небытия не может быть никаких свойств, он выводит, что всякое мыслимое свойство должно предполагать за собой нечто, чему оно принадлежит. Иначе говоря, всякий мыслимый атрибут есть атрибут существующего, т.е. субстанции. Но саму субстанцию нельзя мыслить иначе, чем посредством ее атрибутов ([23], с. 335). Причем не все атрибуты равноправны. Есть атрибуты, которые указывают на субстанцию непосредственно и представляются наиболее отчетливо. Другие атрибуты или свойства суть производные от главных. Такой иерархии собственно и требует метод - место в иерархии определяется удаленностью от субстанции, т.е. степенью зависимости от другого, иначе говоря относительностью и сложностью. Субстанция, которая не нуждается ни в чем, но дает бытие своим атрибутам оказывается непознаваема сама по себе: "Субстанцию нельзя постичь лишь на том основании, что она существует" ([23], c.335). Последнее вполне согласуется с аристотелевским пониманием субстанции - она не сказывается ни о чем как о подлежащем, т.е. не может быть непосредственно выражена ни в каком высказывании. (Потому что все, что выражено средствами языка о чем-то сказывается.)

Первое место среди доступных восприятию и воображению атрибутов занимает, как мы видели, протяженность. Оттого и субстанция, о которой непосредственно сказывается этот атрибут, называется протяженной. В "Первоначалах" Декарт пытается осуществить специфический естественно-научный проект: вывести последовательно все свойства материального мира из одного главного - т.е. в полном соответствии с требованиями метода выстроить систему свойств субстанции, которые, постоянно усложняясь, определялись бы одно на основании другого. Такой проект (неважно насколько удачно он был реализован самим Декартом) есть очевидная попытка создания "математического естествознания". Математические предметы играют в декартовской онтологии особую роль. Можно сказать, что они фундируют всякое суждение о существовании любого материального предмета. Основанием для такого вознесения математики является именно рассмотрение протяженности как главного атрибута субстанции. Мы судим о вещи по ее свойствам. Но всякое свойство может быть рассмотрено как сущее (т.е. как свойство реально существующей вещи) лишь тогда, когда оно произведено от протяженности. Значит, чтобы ясно судить о свойствах вещи (и быть убежденным в ее существовании), мы должны, прежде всего, рассмотреть ее как вещь математическую, точнее, как предмет геометрии. Последняя изучает протяженность "саму по себе" лишь поскольку она протяженность. Нельзя сказать, как это делает Аристотель, что математика изучает субстанцию, поскольку она протяженная, а другие науки (которые ничуть не хуже математики) изучают (столь же успешно) какие-то другие ее свойства. Все свойства суть модусы протяженности, а значит все науки зависимы от математики. Поэтому не объекты математики существуют в том смысле, что они суть некоторые способы представления сущности. Скорее наоборот: предмет оказывается сущностью в той мере, в какой он объект математики. Критерий существования вещи состоит в доступности ее математическому познанию. Онтологический статус вещи определяется тем, что она есть вещь протяженная.

Однако возможность судить о вещи как о протяженной субстанции, т.е. на основании протяженности утверждать ее существование, пока еще нельзя с достаточной определенностью. Под такое суждение должна быть подведена еще одна основа, без которой оно остается достаточно зыбким. В этом легко можно убедиться, если рассмотреть как происходит рассуждение о протяженности, т.е., иными словами, как строится математическое рассуждение.

В "Правилах для руководства ума" (Правило XIV) Декарт устанавливает, что первым и наиболее простым способом рассуждения о протяженности является измерение. Благодаря ему становится возможным судить о протяженных предметах и более сложно. Но чтобы измерять, нужно установить единицу измерения, к которой "одинаково приобщены все те вещи, какие сравниваются между собой" ([23], c. 140). Но и сама единица должна являть собой некое протяжение, точнее, протяженную вещь. Что это за вещь, зависит от природы измеряемого предмета. В разных измерениях единица может быть различной. Это может быть и квадрат, и куб, и треугольник. Протяжение, по мысли Декарта, присуще, в конечном счете, даже простой арифметической единице. Последнюю он предлагает изображать, например, в виде точки. Вообще, арифметические операции он мысли либо как операции с множествами подобных точек (наподобие пифагорейских фигурных чисел), либо как операции с отрезками. Таким способом и счет, и алгебраические правила должны оказаться производными от измерения протяженного тела.

Таким образом, выбор единицы зависит от цели производимого измерения, природы измеряемого предмета и, возможно, от многих других обстоятельств. В конечном счете - это некий произвол того, кто занят измерением. Именно он должен выбрать единицу так, чтобы измеряемый предмет предстал ему наиболее ясно и отчетливо. Иными словами, протяженная субстанция оказывается как бы не вполне субстанцией. Ее представление зависит от того, кто о ней мыслит. Есть нечто (точнее некто), что можно назвать субстанцией с большим основанием, чем любое протяженное тело. Такой субстанцией является мыслящее Я, существование которого устанавливается с гораздо большей очевидностью, чем существование чего бы то ни было еще. Именно отнесенность к этой субстанции определяет онтологический статус любой вещи. Без представления о существовании "Я" нельзя вообще ничего достоверно помыслить как существующее. Как основание для протяженной субстанции необходима субстанция мыслящая. Эта последняя, что немаловажно, также не может мыслиться как совершенно независимая. Точнее, оставаясь совершенно независимой, она была бы лишена возможности всякого знания (кроме того несомненного знания, что "Я существую"). Есть еще третья (впрочем, скорее первая) субстанция - Бог, благодаря которому мыслящий ум не только приобретает истинные знания, но и обретает уверенность в их истинности. Поэтому наряду с иерархией атрибутов возникает еще иерархия субстанций - Бог, Я, протяженное тело - где каждая последующая субстанция субстанциональна благодаря отнесенности к предыдущей. Однако, место, которое занимает в этом ряду субстанций мыслящее Я, оказывается, если следовать указанию порядка расположения, не просто средним, но центральным. Именно эта субстанция оказывается беспредпосылочным началом знания, о котором мы говорили в начале параграфа. Порядок познания у Декарта совершенно не соответствует онтологическому порядку сущего. Ум (как этого хотел бы, например, Платон) не движется снизу вверх, устремляясь к высшему знанию, или сверху вниз, обосновывая низшее высшим. Он, если пользоваться этими топологическими метафорами, начиная из самого себя, как из центра, расходится в разные стороны.

Иерархическое построение Декарта наталкивает на один своеобразный мыслительный ход, который, на наш взгляд, был весьма полно осуществлен Беркли. Из трех названных субстанций, последняя кажется не вполне, если так можно выразиться, субстанциональной. Конечно в логике, предлагаемой Декартом, требуется нечто существующее, чему должна быть приписана протяженность. Но то, как строится рассуждение о протяженности, не оставляет за ней уже никакой независимости от ума. Весь материальный мир, целиком дедуцируемый из геометрических истин, не может быть ничем, кроме умственной конструкции. Можно считать, что за всей этой конструкцией на самом деле существует некая субстанция, действительно обладающая всеми теоретически установленными атрибутами и модусами. Однако то, как эти атрибуты и модусы были найдены, не имеет к ней никакого отношения. Их установлением мыслящая субстанция (т.е. Я) обязана лишь себе и Богу. Иначе говоря, в стремлении к достоверному знанию ум действует (или, во всяком случае, должен действовать) так, как если бы никакой не зависящей от него протяженной субстанции не было.

При всем несовпадении гносеологических принципов Декарта с философией Беркли у обоих философов присутствует некое общее представление о субстанциональности. Для Беркли объектом познания является не субстанция, а идея, которая существует только в уме и только в результате конкретного восприятия. Вещь представляет собой комплекс идей и, следовательно, также не существует нигде, кроме ума. Беркли пишет: "То, что говорится о безусловном существовании немыслящих вещей без какого-либо отношения к их воспринимаемости, для меня совершенно непонятно. Их esse есть percipi, и невозможно, чтобы они имели какое-либо существование вне духов или воспринимающих их мыслящих вещей" ([6], с. 172). Только мыслящая вещь может быть названа субстанцией. "Нет иной субстанции, кроме духа или того, что воспринимает" (Там же, с. 174 - курсив Беркли). Немыслящая вещь существует постольку, поскольку принадлежит субстанции. Здесь Беркли вроде бы повторяет мысль своих предшественников. Существование чего-либо определено лишь связью с субстанцией, т.е. тем, что не нуждается ни в чем и ни о чем не сказывается. Интересен, однако, онтологический статус вещей. Он обнаруживается из рассмотрения вопроса о происхождении идей. Сами идеи не могут быть причиной своего появления или изменения. Образовывать их может лишь мыслящая вещь, т.е. их субстанция. Идеи возникают в своей субстанции (в уме), либо благодаря действию этой субстанции на себя (воображение), либо благодаря воздействию другой субстанции. Эта другая субстанция является основным источником идей и причиной их устойчивой связи в человеческом уме. Ее Беркли называет "вседержащим духом" - речь, следовательно, идет о Боге. Таким образом, сам факт существования чувственно воспринимаемых вещей оказывается фактом взаимодействия двух мыслящих (в терминологии Беркли - "духовных") субстанций. Человеческие представления о вещах, т.е. идеи, оказываются средством общения субстанций. Истинность знания о вещах и о внешнем мире эквивалентна правильности такого общения.

Вполне естественно, что протяженность не может приобрести при таких посылках особого статуса (как у Декарта). Она - одно из многих воспринимаемых качеств. Точно также и математические объекты никак не выделены относительно иных. Тем не менее Беркли очень пристально изучает проблему математического существования, развивая при этом весьма оригинальную философию математики. (См. примечание 3) Мы не будем подробно останавливаться на этой стороне творчества Беркли. Заметим лишь, что его рассмотрение математики носит в основном критический характер. Поскольку именно математика может быть рассмотрена как наука об общих понятиях, не имеющих никакого чувственного представления, Беркли очень тщательно разбирает математические идеи, стараясь доказать, что в них нет ничего абстрактного или внечувственного.

Однако один аспект подхода Беркли к математике мы считаем особенно важным. Выше мы говорили, что истинность знания означает некую "правильность" в общении двух субстанций. Ряд высказываний Беркли позволяет установить, о какой правильности идет речь. Прежде всего, рассматривая предмет арифметики, Беркли отрицает всякий смысл в попытках увидеть в ней специальное знание о числах, как особых объектах. Он утверждает, что если мы "ближе вникнем в собственные мысли", то "станем смотреть на все умозрения о числах, лишь как на difficiles nugae, (См. примечание 4) поскольку они не служат практике и не идут на пользу жизни" ([6], c. 228; курсив наш - Г.Г.). Далее Беркли прямо утверждает, что наука о числах "становится узкой и пустой, когда рассматривается только как предмет умозрительный", но становится осмысленной, будучи "всецело подчинена практике" (Там же). Такой подход к арифметике может быть отчасти оправдан тем, что по мнению Беркли у нее вовсе нет собственного предмета, а все ее выводы в действительности относятся только к пересчету вещей. То что мы называем числами суть лишь знаки, облегчающие процедуру счета (с. 229). Однако требование полезности Беркли предъявляет и к геометрии, которая все же имеет собственную предметную область - протяженные вещи, воспринимаемые чувствами. Однако и здесь осмысленным признается лишь такое рассуждение, которое имеет практическую ценность. Беркли вполне ясно предлагает вовсе отказаться от всяких исследований, касающихся проблем бесконечной делимости и исчисления бесконечно малых величин, поскольку не видит в этом отказе никакого вреда для человечества (с. 235).

Вопрос о вреде и пользе, однако, представляет специальный интерес, поскольку речь здесь вовсе не идет о примитивной утилитарности. Можно понимать под практической пользой способ такого обращения с вещами, которое позволяет людям лучше (удобнее, проще, комфортнее) чувствовать себя в жизни. Но важно помнить, что вещи, с которыми надо обращаться, суть результаты воздействия внешней субстанции, "вседержащего духа". Следовательно, правильное поведение в жизни, адекватное обращение с вещами, приводящее к благим последствиям для обращающегося, есть по существу способ общения с названным духом, т.е. его понимание и следование его воле. Практика оказывается, согласно известному выражению "критерием истины", но не потому, что приводит к адекватному отражению законов материального мира, а потому, что дает возможность удостовериться в правильности взаимопонимания двух индивидов (правда далеко не равноправных в своем общении). Поэтому к практике непосредственно относится нравственное поведение. В одном из пассажей, касающихся необходимости практической пользы математических исследований Беркли призывает ученых обратится к исследованию "таких вещей, которые ближе касаются нужд жизни и оказывают прямое влияние на нравы" (с. 235; курсив наш - Г.Г.).

Беркли высоко ценил идеал правильного общения в человеческом сообществе, живущем согласно воле провидения, т.е. сообразно установленным Богом нормам морали. "Если же мы допустим существование сообщества разумных созданий, действующих под надзором Провидения, совместными усилиями способствующих достижению единой цели - благу и пользе единого - и согласующих свои поступки с утвержденными отчей мудростью Божества законами;...если мы все это допустим, то сделаем предположение восхитительное и радостное." ([8], c. 90). Этот проект идеального общества позволяет иначе взглянуть на роль математики и естественных наук. Познание вещей, так, как они действительно существуют, есть понимание тех воздействий, которые Бог оказывает на человека. Следовательно, истинное естественнонаучное и математическое знание ведет, в конечном счете, к установлению подлинно благих правил и норм взаимодействия "разумных агентов". Онтологический статус предметов математики определяется поэтому не их объективной, но их интерсубъективной (См. примечание 5) значимостью. Первоначальная посылка Беркли - "Существовать, значит быть воспринимаемым" - может быть, по нашему мнению, прочитана так: "Существовать, значит способствовать правильному общению разумных существ."

**3 Математическое существование в философии Канта. Предварительное рассмотрение**

В интерпретации Беркли субстанция не есть идея, а потому не может быть предметом познания. Иными словами, субстанция - только субъект, но не объект знания. Осмысление проблемы в субъект-объектной терминологии в полной мере осуществлено Кантом, который, отчасти, вернул слову "субстанция" аристотелевский смысл.

То, что Декарт и Беркли (а также и другие философы Нового времени) называли мыслящей субстанцией, Кант назвал субъектом, подробно рассмотрев его логическую структуру. При этом он настаивал, что мыслящее Я нельзя называть субстанцией. Последняя есть категория, предназначенная для того, чтобы судить об объекте мысли. Эта категория позволяет судить о явлениях, как о способах обнаружения некоторого неизменного основания. "Схемой субстанции служит устойчивость реального во времени, т.е. представление о нем, как о субстрате эмпирического определения времени вообще, который, следовательно, остается, тогда как все остальное меняется" (B183 - ссылки на "Критику чистого разума" делаются в соответствии с пагинацией второго издания (1787 года), которая дается в большинстве русских переводов). Субстанция, таким образом, есть устойчивое основание того, о чем ведется рассуждение. Всякое суждение сказывается о субстанции, как о носителе выражаемых этим суждением свойств. Такая трактовка в самом деле в чем-то близка Аристотелю. Однако особого рассмотрения требует вопрос о том, как производится суждение и как, в конечном счете, строится рассуждение.

Суждение о предмете означает синтез, производимый согласно априорным условиям. Такой синтез состоит в установлении субъектом мышления связи данных представлений. Связь представлений в суждении не может быть дана, а может быть только создана субъектом (B130). В Главе 3 мы подробно разберем вопрос о синтезе в применении к математике. Сейчас лишь обратим внимание на то, что Кант выделяет два рода синтеза - "интеллектуальный" и "фигурный" - и, соответственно, два плана дискурса: рассудочный синтез общих понятий и синтез способности воображения, состоящий в конструировании единичных предметов.

Рассудочное мышление состоит в создании субъектом единства в своих представлениях. Поэтому предмет, чтобы стать объектом мышления, должен быть сконструирован субъектом. (См. примечание 6)Это конструирование может быть понято в том числе и в самом прямом смысле, как сборка конструкции из набора элементов. Последнее относится прежде всего к математике. Алгебраическая формула, равно как и геометрическая фигура, становятся объектами рассуждения, будучи сконструированы продуктивной способностью воображения, т.е. собраны в пространстве из более простых фигур, формул или знаков. Поэтому всякий математический предмет существует постольку, поскольку он сконструирован. Вопрос о существовании, таким образом, никак прямо не связан с проблемой субстанциональности. Существование определено деятельностью субъекта. Кант очень жестко развел понятия субъекта и субстанции. Первый описан им как действующее сознание, которое продуцирует предметы своего знания, обнаруживая в этих, созданных им предметах свое собственное единство. Это единство - единство деятельного 'Я' или "трансцендентальное единство апперцепции" никак не может быть названо субстанцией, хотя бы даже и мыслящей. Нельзя путать два вопроса: кто рассуждает и о чем ведется рассуждение. Субстанциальность может быть приписана только предмету, который конструируется в ходе рассуждения и при этом обнаруживается как существующий. Но тот, кто рассуждает не может конструировать сам себя.

Итак, онтологический статус предмета определяется не его отношением к субстанции, а его отношением к субъекту. Деятельность субъекта является критерием существования. Эта деятельность происходит в рамках, заданных ее трансцендентальными условиями, к которым, прежде всего, относятся пространство и время. Сама деятельность разворачивается во времени, как последовательность продуктивных синтетических актов. То, что появляется в результате этих актов, представляется как существующее в пространстве. Последнее верно для любого объекта, в том числе и для математического. Однако математика оказывается основой всякого, по крайней мере научного, мышления. Всякий объект существует, поскольку существует в пространстве. Но поскольку он существует в пространстве, он существует как протяженный предмет, и судить о нем нужно, прежде всего, как о предмете геометрии. "Все явления суть величины и притом экстенсивные величины" (B203; курсив Канта). Отчасти Кант повторяет здесь Декарта - во всяком случае и для него всякое естествознание должно быть прежде всего математическим естествознанием. Всякий предмет конструируется прежде всего как геометрическая фигура или тело. Коль скоро существовать значит быть сконструированным (причем сконструированным в пространстве), то любой предмет существует только в качестве математического. Вне математики невозможно никакое знание и никакое существование.

Онтологический статус предметов математики состоит, таким образом, в том, что они оказываются продуктами деятельности трансцендентального субъекта. Математическое творчество последнего несколько напоминает работу некого мыслительного автомата, производящего свои объекты без всякой определенной цели. Поэтому нам представляется недопустимым ограничивать рассмотрение математической онтологии Канта одной лишь первой "Критикой". Мы ограничимся здесь анализом лишь небольшого фрагмента из "Критики способности суждения", однако этот фрагмент, на наш взгляд, позволяет ввести в математический дискурс мотив целесообразности, а также увидеть нечто новое в кантовском понимании математической онтологии. Правда, в отличии от "Критики чистого разума", изобилующей математическими примерами, "Критика способности суждения" обращается, по преимуществу, к сферам, далеким от математики. Тем не менее установленные там принципы отнюдь не безразличны для интерпретации математической деятельности.

Понятие цели в деятельности субъекта вводится при анализе рефлектирующей способности суждения. Взаимодействие рассудка со способностью воображения сводится к тому, что воображение конструирует объект сообразно общему правилу, предписанному рассудком. При этом происходит подведение конструируемого единичного предмета под уже имеющееся правило. Однако далеко не всегда правило имеется как нечто окончательно сформулированное. "Существует такое многообразие форм природы, столько модификаций общих трансцендентальных понятий, остающихся не определенными теми законами, которые априорно дает чистый рассудок,...что для всего этого также должны быть законы" ([28], с. 50). Такой закон должна дать способности воображения рефлектирующая способность суждения, которая поднимается от имеющегося особенного к общему. Кант относит такую деятельность к эмпирической сфере, к описанию "законов природы". В [33] деятельность рефлектирующей способности суждения представлена как выдвижение объясняющих гипотез для ряда наблюдаемых эмпирических фактов. Так, утверждение, что планета движется по эллиптической орбите, есть обобщение рефлектирующей способности суждения, сделанное по отношению к ряду эмпирических наблюдений за движением планеты. Важно иметь в виду, что такое обобщение не имеет ничего общего с абстрагированием. Понятие эллипса не содержится в бессвязном наборе цифр, определяющих положение планеты в разные моменты времени. Очевидно, что речь здесь вновь должна идти о синтезе, основанном на априорных способностях субъекта. Этот синтез отличается от простого синтеза способности воображения тем, что содержит момент целесообразности. Он производится для того, чтобы объяснить ряд полученных фактов. Не следует упускать из виду, что полученный факт также есть результат некоторого конструирования, т.е. объект рассудка и способности воображения. В свою очередь гипотеза рефлектирующей способности суждения также может стать объектом дальнейшего обобщения. Эллиптические орбиты, рассмотренные как данные (ранее сконструированные) объекты, получают свое объяснение, благодаря более общей гипотезе - законам ньютоновской механики.

Можно рассмотреть два аспекта деятельности рефлектирующей способности суждения. С одной стороны - это создание теории. Гипотеза, обобщающая ряд фактов, представляет собой постулат, из которого эти факты получаются в виде его логических следствий. С другой стороны, такая гипотеза есть также результат конструирования. Последнее особенно ясно в примере с законом Кеплера: представление об эллиптической орбите очевидно требует работы способности воображения. Однако без воображения невозможно создать и эмпирические законы иного рода. В математическом естествознании эти законы всегда записываются в виде формул, т.е. в виде знаковых конструкций, создаваемым сообразно определенным правилам. Их построение представляет собой деятельность, которую Кант описал как символическое конструирование (B745). Но такого же рода конструирование представляет собой и вывод одних формул из других - а именно к этому сводится обоснование наблюдаемых фактов в рамках теории. Следовательно деятельность рефлектирующей способности суждения можно рассмотреть как построение определенной структуры, для которой ранее установленные факты (т.е. ранее сконструированные объекты) являются элементами. (См. примечание 7)

Если в "Критике чистого разума" Кант рассматривает лишь способ синтеза суждений, то в "Критике способности суждения" речь идет о решении естественнонаучной проблемы. Оно (решение) состоит в том, чтобы представленные в виде бессвязного агрегата объекты были объединены в рамках целостной структуры. Именно в этой структуре каждый объект должен получить свое место и свое назначение. Поэтому здесь и реализуется принцип целесообразности. Очень важно иметь в виду, что действие способности суждения не является простым формулированием общего правила для ряда единичных объектов (или частных фактов). Нужно не просто сформулировать гипотезу, но сформулировать ее так, чтобы все требуемые факты выводились из нее как частные случаи. Эта процедура вывода должна предугадываться способностью суждения наряду с самим общим правилом. Иными словами способность суждения есть способность предвидеть структуру рассуждения как целого.

Едва ли, кстати, можно утверждать, что столь сложная работа сводится только к действию способности суждения. Очевидно, что наряду с ней здесь действуют и другие способности, а именно рассудок и воображение. Решение естественнонаучных проблем явно подразумевает ту "свободную игру" познавательных способностей, которую Кант связывал с принципом удовольствия (см. [28], c. 85)

Все сказанное мы, вслед за Кантом, отнесли к сфере исследования природы. Однако в той же мере это верно и для математики. Любая математическая задача представляет собой изложение фактов, никак, на первый взгляд, между собой не связанных. Решение задачи состоит в том, чтобы обнаружить и построить некоторую единую конструкцию, в которой все наличные факты получают свое место. Это особенно очевидно при решении геометрических задач, в которых необходимо дополнительное построение, приводящее к созданию более сложной конфигурации, из которой однако легко усматривается ответ на вопрос задачи. Но то же самое происходит и при решении любых задач, где в роли такой конфигурации выступает алгебраический вывод или более сложный математический текст, включающий как знаковые, так и графические элементы.

Уместность описанной гипотетико-дедуктивной процедуры при решении математических задач была довольно подробно описана Д. Пойа в [44] и [45]. На множестве примеров (как учебных, так и исторических) в этих книгах показывается, что важным моментом решения задачи является индуктивная догадка, обобщающая и связывающая воедино множество установленных ранее фактов. Едва ли многие математические теоремы появляются в результате чистого дедуктивного вывода из аксиоматически заданных посылок. Чаще они рождаются в виде догадок, необходимых для решения задачи (или ряда задач). С другой стороны, сколь бы частной ни была задача ее решение является чем-то вроде мини-теории, где ответ оказывается следствием из установленного в виде гипотезы постулата. Немаловажное отличие от естественнонаучной теории состоит в том, что сам этот частный постулат нуждается в доказательстве.

Все сказанное позволяет дополнить приведенное ранее определение существования. Математический объект существует постольку, поскольку сконструирован. Однако математика не есть простое конструирование объектов. Она представляет собой решение задач, а потому каждый объект появляется в ней в рамках более общей структуры, продуцируемой познавательными способностями для того, чтобы получить такое решение. Значит объект существует, поскольку встроен в такую структуру в виде ее элемента. Сама структура предстает как конструкция способности воображения и о ней также может быть поставлен вопрос - в рамках какой еще более общей структуры она существует. Разум не может представить, как налично реализованную, совокупность структур, последовательно включенных друг в друга в виде бесконечной конструкции. Поэтому вопрос о существовании требует для своего полного разрешения введения регулятивных понятий. В математике поэтому неизбежны представления о бесконечных совокупностях, в рамках которых существуют частные математические объекты. Для естествознания таким регулятивом выступает понятие о мире, в котором может быть реализовано сколь угодно много теоретических структур.

Необходимо, впрочем, иметь в виду, что в "Критике способности суждения" нет речи о существовании, тем более о существовании математических объектов. Кантовское решение проблемы существования связано с рассмотрением категорий модальности, чем мы подробно займемся в Главе 3. Но сразу можно сказать, что это рассмотрение не будет полным без учета принципа целесообразности. С другой стороны, мы вплотную подошли к тому пониманию существования, которое связали в Введении с именем Кассирера. В рамках нашей интерпретации кантовского определения рефлектирующей способности суждения всякий объект считается существующим тогда, когда определено его место в некоторой структуре, разворачиваемой согласно установленному правилу (логической форме). Более того, теперь можно яснее сказать о какой структуре должна идти речь - это структура теории, создаваемой на основе индуктивной догадки и объясняющей ранее установленные факты. (См. примечание 8)Впрочем, предъявление структуры не является еще достаточным условием для утверждения о существовании элементов. Необходимо указать особые свойства такой структуры - ниже мы попытаемся разобрать, как решал эту проблему Гильберт.

**Примечания**

1. Интересный и весьма скрупулезный анализ роли математических образов в философском мышлении дан В.А.Шапошниковым в [60].

2. Латинский перевод аристотелевского термина ousia.

3. Подробное рассмотрение философии математики Беркли предпринято в книге Джессефа [73]. Там, в частности, разбирается теория "репрезентантов" (термин Джессефа), развиваемая Беркли как альтернатива теории абстракции. Речь идет о намерении Беркли доказать, что в математике нет никаких общих понятий, абстрагированных от единичных предметов, а есть лишь те же самые единичные предметы (т.е. идеи), которые выступают в рассуждении как представители целых классов подобных им идей.

4. Пустяковые трудности.

5. Следуя терминологии Беркли, лучше было бы сказать "интерсубстанциональной".

6. Объектом называется то, что представлено мышлению как нечто мыслимое, точнее представлено мыслящим субъектом самому себе. "Объект есть то, в понятии чего объединено многообразие данного наглядного представления" (B137; курсив Канта). Следовательно объект всегда представляет собой результат конструирования.Именно этого значения названного термина мы и будем придерживаться в дальнейшем. В "Критике чистого разума" наряду со словом "объект" (Objekt) используется и слово "предмет" (Gegenstand), для которого не дается более или менее ясного определения. По всей видимости "предметом" можно назвать и то, что не представляется как результат конструирования. Существует мнение ( [74], с. 268), что Кант не проводит никакого ясного различения между двумя названными терминами и пользуется ими как взаимозаменяемыми. Леппакоски замечает по этому поводу, что в английском переводе "Критики чистого разума" оба слова совершенно правомерно передаются одним и тем же термином "object". Тем не менее нам представляется, что если "объектом" можно назвать только нечто реально возможное, т.е. производимое продуктивной способность воображения, то термин предмет допускает более широкое использование. Например, "множество всех действительных чисел", которое невозможно сконструировать, допустимо называть предметом, но не объектом.

7. Связь категорий объект и факт нуждается в дополнительном рассмотрении. Мы проведем его в Главе 3 при сопоставлении категорий действительности и необходимости.

8. Причем факты могут служить для фальсификации теории. Последнее означает, что построенный при заданных посылках объект не может быть "вписан" в теоретическую структуру. На связь попперовской идеи фальсификации с "Критикой способности суждения" указано также в [33]. Впрочем, эта связь должна быть предметом особого исследования. Равно как и связь представлений Поппера о строении научной теории с развертыванием категории "действительности" у Кассирера ([32],c. 349-400). Оба эти мыслителя строят очень похожие конструкции, связывающие частные факты с общей гипотезой.