**Развитие пространственных представлений учащихся в курсе математики начальной школы**

Исследовательская работа учителя начальных классов Максименко Натальи Владимировны

МОУ Чуровичская средняя общеобразовательная школа

2007 год

**Введение**

«Обучение геометрии может иметь смысл, если только используются связи с привычным пространством».

Г. Фройденталь.

Современное начальное математическое образование является частью системы среднего образования и в то же время своеобразной самостоятельной ступенью обучения. За последние годы начальное математическое образование претерпело ряд изменений, которые прежде всего связаны с изменением целей начального образования, переходом на четырехлетнее начальное образование, появлением вариативности образовательных программ, а также с введением в действие в 1998 году нового Базисного учебного плана общеобразовательных учреждений Российской Федерации.

Кардинальное изменение приоритетов целей обучения потребовало обновление содержания и методов преподавания математики в начальной школе. Новое содержание математического образования сориентировано главным образом на формирование культуры и самостоятельности мышления младших школьников, а также элементов учебной деятельности средствами и методами математики. В процессе изучения математического содержания у младших школьников формируются приемы мыслительной деятельности: анализа и синтеза, сравнения, классификации, абстрагирования и обобщения. Учащиеся обучаются общим способам действия, осуществляя пошаговый контроль и самооценку выполненной деятельности с целью установления соответствия своих действий намеченному плану.

В настоящее время учителям традиционной начальной школы предлагается ряд обновленных и новых программ по математике, оснащенных учебно-методическими комплектами. Однако, не смотря на то, что необходимость изучения геометрического материала в курсе математики начальных классов и формирования на его основе пространственных представлений и пространственного мышления младших школьников не представляется спорной ни в одной из сегодняшних методических систем обучения математике в начальных классах, структурный анализ содержания наиболее популярных сегодня учебных пособий по математике показывает крайне недостаточную содержательную разработанность этого вопроса в курсе математики начальных классов.

Формирование пространственных представлений не является прерогативой исключительно курса математики, поскольку образы, в которых формируется форма, величина, пространственное соотношение фигур в целом или их частей, выстраиваются в сознании ребенка уже с самого раннего детства в результате манипулирования объектами и так называемыми сенсорными эталонами, полученными в результате обобщения чувственных данных в процессе специально организованного общения ребенка с природой, окружающими людьми, и так далее. Однако в связи с тем, что «владение пространственными представлениями и наличие пространственного воображения … являются одним из основных критериев образованности учащегося в области математики», как утверждал Гибш, задача формирования этого вида мышления традиционно считается одной из задач математического образования ребенка. Столь же традиционно эта задача связывается с изучением геометрического материала, как в начальной, так и в средней школе.

Цель данной работы – изучить особенности формирования пространственных представлений у младших школьников.

Гипотеза: Мы предполагаем, что формирования пространственных представлений у детей младшего школьного возраста имеет свои особенности, и ставим целью работы решение следующих задач.

Задачи данной работы:

1.Анализ системы формирования в курсе математики начальной школы;

2.Изучение методики развития пространственных представлений у младших школьников;

3.Определение роли пространственных представлений в формировании пространственного мышления у детей младшего школьного возраста.

Объект исследования: пространственные представления детей младшего школьного возраста.

Предмет исследования: условия развития пространственных представлений у детей младшего школьного возраста средствами математики.

Методы исследования: изучение соответствующей методической литературы; проведение эксперимента по формированию пространственных представлений и развитию пространственного мышления у младших школьников.

Развитие пространственных представлений учащихся в курсе математики начальной школы.

**Особенности пространственных представлений и пространственного воображения младших школьников.**

Пространственные представления и пространственное воображение ребенка являются предпосылками для формирования его пространственного мышления и обеспечиваются различными психическими процессами, такими как восприятие (первоосновой которого являются ощущения), внимание, память, воображение при обязательном участии речи. Ведущую роль при этом играют логические приемы мышления: сравнение, анализ, синтез, классификация, обобщение, абстрагирование.

Прежде всего, следует уточнить термин «пространственное мышление», его содержательную и операциональную стороны. Базой для развития пространственного мышления, как уже сказано, являются пространственные представления, которые отражают соотношения и свойства реальных предметов, то есть свойства трехмерного видимого или воспринимаемого пространства (Пышкало, 1973г.). Пространственные представления – это образы памяти или образы воображения, в которых представлены по преимуществу пространственные характеристики объекта: форма, величина, взаимоположение составляющих его частей, расположение его на плоскости или в пространстве. Содержанием пространственного мышления является оперирование пространственными образами в видимом или воображаемом пространстве (на плоскости). Этим пространственное мышление отличается от других форм мышления, где выделение пространственных характеристик не является центральным моментом

По мнению И. С. Якиманской пространственное мышление структурно представлено двумя видами деятельности: созданием пространственного образа и преобразованием уже созданного образа в соответствии с поставленной задачей. При создании любого образа, в том числе и пространственного, мысленному преобразованию подвергается наглядная основа, на базе которой он возникает. В качестве реальной основы может выступать и реальный предмет, и его графическая (рисунок, чертеж, график и т.д.) или знаковая (математические или иные символы) модель. В любом случае при создании образов происходит перекодирование, сохраняющее не столько внешний вид, сколько контур объекта, его структуру и соотношение частей.

При оперировании образом мысленно видоизменяется уже созданный образ, нередко в условиях полного отвлечения от первоначальной формы. Преобразование пространственных образов может осуществляться одновременно в нескольких направлениях или в каком-то одном, но при этом снова происходит отвлечение от первоначального образа (образов) и уже без сохранения либо контуров, либо структуры, либо соотношения частей.

В зависимости от сложности выполняемых преобразований, И. С. Якиманская выделяет три типа оперирования пространственными образами:

1-й тип – преобразуется пространственное положение и не затрагивается структура образа (это различные перемещения);

2-й тип – преобразуется структура образа путем различных трансформаций (наложения, совмещения, перегруппировка составных частей, добавление или удаление элементов);

3-й тип – исходный образ преобразуется длительно и неоднократно, что приводит к изменению и структуры, и пространственного положения.

Эта классификация достаточно условна, так как операция, относящаяся ко 2-му типу, может одновременно привести к изменению образа в пространстве (а это уже 3-й тип) и тому подобное.

Еще до школы дети накапливают большое число представлений о форме, величине и взаимном расположении различных предметов на плоскости и в окружающем пространстве. Но так как опыт детей и накопление терминологии носят случайный и эпизодический характер, то осознанного понимания отношений между предметами, выражаемыми словами «одинаковые», «различные», «больший», «меньший», «справа», «слева», «между» и другими у детей до поступления в школу, как правило, нет. Восприятие пространства, осуществляемое в результате субъективного опыта ребенка на эмпирической основе, для младшего школьника осложнено тем, что пространственные признаки предметов сливаются с воспринимаемым содержанием, они не вычленяются как специальные отдельные объекты познания.

Слово, как ориентир, позволяет из совокупности признаков объекта выделить единичный: либо форму, либо размер, либо положение относительно других объектов. Однако ребенок затрудняется сам охарактеризовать тот или иной признак. При дифференциации пространственных признаков некоторые сложности возникают у детей младшего школьного возраста также с использованием понятия «размер», которое формируется у них, как правило, в основном при изучении величин: длины, площади, объема. В младшем школьном возрасте, особенно на начальном этапе обучения, основным показателем сформированности пространственных представлений является узнавание и дифференцирование пространственных признаков на основе перцептивной деятельности (деятельности по восприятию объекта). Оперативной единицей пространственного восприятия объекта является образ, который характеризуется не только и не столько пространственными признаками (форма и размер), но в большей степени пространственными отношениями, определяющими направление (вперед – назад, вверх – вниз), расстояние (далеко – близко), местоположение (высокий – низкий, короткий – длинный) и так далее.

Одна из психологических особенностей детей младшего школьного возраста - преобладание наглядно-образного мышления и именно на первых этапах обучения математике используется образ, как основная оперативная единица пространственных представлений младших школьников. Однако большие возможности для дальнейшего развития этого вида мышления, а также для наглядно-действенного мышления дает такая работа с геометрическим материалом на уроках математики, когда образ, в котором представлены пространственные признаки объекта, и слово соотносятся ребенком взаимно однозначно. В этом случае сформированность пространственных представлений дает ребенку возможность оперировать ими не только на уровне узнавания и дифференциации объекта по пространственным признакам, но главное – на уровне мысленного воспроизведения образа объекта и изменения его положения в пространстве размещать и ориентировать объект в какой-либо системе отсчета, то есть понимать его положение среди совокупности других объектов.

"Именно такой подход к изучению геометрического материала делает его эффективным для развития детей", - считает Л. В. Занков. Формирование пространственных представлений у младших школьников способствует развитию восприятия, памяти, внимания, выработке у младших школьников математических понятий на основе содержательного обобщения, которое означает, что ребенок движется в учебном материале от частного к общему, от конкретного к абстрактному. Переход от наглядно-образного к наглядно-действенному мышлению требует сложной аналитико-синтетической работы, выделения деталей, сопоставления их друг с другом, что немыслимо без наличия у ребенка развитых пространственных представлений и пространственного воображения. В этом процессе большое значение принадлежит и речи, которая помогает назвать признак, сопоставить признаки. Только на основе развития наглядно-действенного и наглядно-образного мышления начинает формироваться в этом возрасте формально-логическое мышление, которое в совокупности с наглядно-образным и наглядно-действенным мышлением является основой умственного развития младшего школьника. При этом, с помощью каждого из них, у ребенка лучше формируются те или иные качества ума.

1.2. Анализ системы изучения пространственных представлений в математике начальных классов.

Анализируя систему изучения геометрических понятий и отношений как в традиционной, так и в альтернативных системах обучения математике в начальной школе, можно придти к выводу о том, что геометрические знания рассматриваются как нечто второстепенное, не имеющее самостоятельной ценности и самостоятельного значения, дополнительное к арифметическим знаниям. При этом объем геометрических представлений младшего школьника, определенный программой начальной, является весьма небольшим и ограничивается только знакомством с плоскими геометрическими фигурами, не затрагивая даже отношений между ними на плоскости (не говоря уже о пространстве). Единственное отношение, изучаемое в начальной школе, - это отношение равенства (равные отрезки, равные стороны, равные площади), которые проверяются либо непосредственным наложением в 1-м классе или измерением во 2-м и 3-м классах, а равенство площадей – в основном вычислением в 3-м и 4-м классах. Иными словами, обучение геометрии в начальной школе сводится в основном к измерительной деятельности, что иллюстрирует связь понятий «длина» и «площадь» с понятием «натуральное число» и удовлетворяет в основном потребность в формировании практических измерительных навыков младших школьников. Однако такое обучение не решает проблемы развития геометрического мышления, которое является весьма значительным в развитии пространственного мышления в широком смысле. Этот вывод подтверждается материалами структурного анализа системы изучения элементов геометрии (и пространственной в том числе) четырех наиболее популярных в настоящее время систем обучения младших школьников математике – традиционных учебников по программам 1 – 3 и 1 – 4, а также альтернативных учебников И. И. Аргинской и Н. Б. Истоминой, проведенный кандидатом педагогических наук А. В. Белошистой. Количественные данные этого анализа отражены в следующей таблице:

Таблица № 1.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| учебники | класс | Всего заданий в учебниках  | Всего геометрических заданий | % геометрических заданий от общего количества  | Из них на измерение длин, периметра, площади | % заданий на измерения от всех геометрических | % заданий на «геометрию формы» от всех заданий учебника |
| Система1 - 3 | 1-й  | 783 | 8 | 1 | 6 | 47 | 0,2 |
| 2-й | 1253 | 61 | 4,8 | 51 | 84 | 0,7 |
| 3-й | 1320 | 47 | 3,6 | 33 | 70 | 1,1 |
| Система 1 - 4 | 1-й | 378 | 26 | 6,9 | 19 | 73 | 1,9 |
| 2-й | 761 | 27 | 3,5 | 23 | 85 | 0,5 |
| 3-й | 1113 | 59 | 5,3 | 51 | 74 | 0,7 |
| 4-й | 1155 | 46 | 4,0 | 34 | 86 | 1,0 |
| Учебники И.И.Аргинской | 1-й | 578 | 119 | 20,5 | 22 | 18,5 | 16,6 |
| 2-й | 763 | 86 | 11,3 | 25 | 29,0 | 8,0 |
| 3-й | 745 | 88 | 12,0 | 34 | 38,6 | 7,4 |
| Учебники Н.Б.Истоминой | 1-й | 532 | 77 | 14,0 | 30 | 39,0 | 8,5 |
| 2-й | 595 | 67 | 11,0 | 41 | 61,0 | 4,3 |
| 3-й | 633 | 56 | 9,0 | 22 | 39,0 | 5,5 |

Количественный анализ геометрического содержания учебников математики традиционной системы обучения (колонки 3 – 5) дает, во-первых, практические одинаковые цифры по второму, третьему и четвертому классу, а, во-вторых, показывает, что процентное отношение заданий с геометрическим содержанием к общему числу задач крайне низко, что естественно не может способствовать формированию геометрических представлений младших школьников на должном уровне. Аналогичные показатели по учебникам системы развивающего обучения значительно отличаются от учебников традиционной системы как количественно, так и в процентном отношении к общему количеству задач. Особенно высоки эти показатели в учебниках И. И. Аргинской.

Дополняя количественный анализ соотношения геометрического материала к общему объему математических заданий анализом содержательной стороны этих заданий (колонки 6 – 8), выделим в отдельную графу (колонка 6) задания на измерения длин отрезков, сторон фигур и т.п., на построение с опорой на измерения («построй отрезок заданной длины», «построй прямоугольник с заданной длиной сторон» и так далее), на вычисления периметра и площади фигуры, то есть задания на измерительную деятельность. Такие задания, по мнению большинства психологов и методистов, не способствуют развитию пространственных представлений и пространственного мышления. Выделение этих заданий из общего числа задач с геометрическим содержанием дает возможность более объективно рассмотреть оставшиеся задания, которые, несмотря на их разнородность – это и задания на распознавание, и конструктивные задания, и задания на классификацию или сравнение и так далее, можно отнести к заданиям на «геометрию формы», то есть к тем именно заданиям, которые способствуют формированию пространственного мышления младшего школьника. В итоге, после произведенного выделения, сравнение цифр последней графы – доля заданий на «геометрию формы», дает просто микроскопические результаты, не превышающие 1,1 процента от всех заданий учебника в 3-м классе по традиционной системе обучения 1 – 3, а в остальных классах и того меньше. Кажущееся исключение на этом фоне (1,9% в 1-м классе по программе 1 – 4) происходит только в связи с тем, что к заданиям этого типа отнесены задания на продолжение узора из геометрических форм, хотя эти задания в большей степени следует отнести к упражнениям по развитию мелкой моторики, поскольку при их выполнении ребенок просто копирует рисунок. Как показывают наблюдения, учителя первого класса крайне редко дополняют эту работу анализом, стимулирующим пространственное оперирование формами, из которых составлен рисунок.

Значительно благоприятнее выглядит ситуация с заданиями на «геометрию формы» в методических комплектах Аргинской И. И. и Н. Б. Истоминой, в которых доля таких заданий составляет от 4,3% до 16,6%, что на несколько порядков выше, чем в комплектах по математике традиционной школы. Вместе с тем следует отметить, что наряду с увеличением количества заданий способствующих формированию пространственных представлений младших школьников, в приведенных учебниках наблюдаются следующие тенденции:

а) явное падение показателей от первого класса к третьему (с 16,6% до 7,4%) в учебниках Аргинской. Такое резкое снижение автора учебника к системе развития пространственного мышления младшего школьника представляется не соответствующим общим положениям системы развивающего обучения;

б) в учебниках Н. Б. Истоминой рассматриваемые показатели представлены вдвое меньшими цифрами и также показывают падение интереса автора (с 8,5% в 1-м классе до 5,5% в 3-м классе) в системе развития пространственного мышления школьника.

Таким образом, приведенный выше анализ показывает, что плохое качество геометрических знаний младших школьников во многом обусловлено, как структурой соответствующих учебных пособий, так и слабым уровнем разработки самой проблемы. Для подтверждения данного вывода следует проанализировать также задания, отнесенные нами к «геометрии формы», с точки зрения его возможностей для формирования пространственного мышления ребенка. В разделе 1.1. отмечалось, что для успешного развития пространственных представлений ребенок в начальной школе должен овладеть тремя типами оперирования пространственными образами: 1-й тип – преобразуется пространственное положение и не затрагивается структура образа (это различные перемещения); 2-й тип – преобразуется структура образа путем различных трансформаций (наложения, совмещения, перегруппировка составных частей, добавление или удаление элементов); 3-й тип – исходный образ преобразуется длительно и неоднократно, что приводит к изменению и структуры, и пространственного положения.

Характеризуя задания «геометрии формы» с точки зрения соответствия их приведенным типам, необходимо выделить из всех заданий те, которые можно назвать «заданиями на распознавание» - это те задания, которые не требуют ни самостоятельного создания пространственного образа, не оперирования образами, а, скорее всего, требуют от ребенка активизации образа памяти. Выделим также задания, построенные на оценке количественных свойств (треугольник, четырехугольник) или внешних характеристик формы (прямая и кривая) поскольку они являются в основном основополагающими для запаса «представлений памяти» и отражают объект почти в том виде, в каком он был дан для восприятия, следовательно, мало способствуют формированию пространственных представлений. Если же к этим двум группам добавить задания, знакомящие младших школьников с названиями и способами действий, то оставшиеся задания «геометрии формы» - именно те, которые формируют пространственные представления, распределятся по традиционным и альтернативным учебникам математики начальной школы следующим образом:

Таблица № 2.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| класс | 1-й тип | 2-й тип | 3-й тип |
| Учебники системы 1 - 3 |
| 1-й класс | 1 | - | - |
| 2-й класс | - | 3 | 2 |
| 3-й класс | - | 6 | 1 |
| Учебники системы 1 - 4 |
| 1-й класс | 1 | - | - |
| 2-й класс | - | 2 | 1 |
| 3-й класс | - | 3 | 2 |
| 4-й класс | - | 5 | 2 |
| Учебники И. И. Аргинской |
| 1-й класс | 15 | 40 | 17 |
| 2-й класс | - | 29 | 5 |
| 3-й класс | - | 11 | 21 |
| Учебники Н. Б Истоминой |
| 1-й класс | 6 | 6 | 4 |
| 2-й класс | 13 | 3 | 2 |
| 3-й класс | 6 | 2 | 4 |

Анализ последней таблицы показывает, что авторы учебников не имели в виду формирование пространственных представлений школьников в процессе изучения элементов геометрии в младших классах ни в традиционной системе 1 – 3, ни в системе 1 – 4. практически совпадают цифры как по типам упражнений, так и по общему количеству этих упражнений за все годы обучения по обеим системам. В предлагаемых альтернативных учебниках упражнений на формирование и развитие пространственных представлений учащихся значительно больше. Однако при этом сравнение строк таблиц по вертикали показывает, что от 1-го к 3-му классу количество этих упражнений уменьшается или распределяется неравномерно, и особенно резко это происходит в учебниках И. И. Аргинской. При изучении же самих заданий в названных учебниках можно заметить, что из 29 заданий 2-го типа во втором классе и 11 заданий в третьем классе большинство являются упражнениями типа «переложи палочку» (22 во 2-м классе и 10 в 3-м классе). Эти упражнения, с одной стороны, имеют целью преобразование образа и способствуют в определенной мере развитию пространственных представлений, а с другой стороны – при их выполнении дети обычно действуют на чисто «перестановочном» уровне, не столько трансформируя образ, сколько просто перекладывая палочки в надежде получить нужный результат. Аналогичное заключение можно сделать об упражнениях 3-го типа в 3-м классе, которые на практике в основном выполняются на том же «перестановочном» уроне, методом проб, а не осознанных трансформаций образа. Следовательно, значительное, на первый взгляд, количество упражнений, направленных на формирование пространственных представлений, в большей части сводится к чисто манипулятивной деятельности, а не к оперированию пространственными образами.

Подводя итог сказанному в данном разделе, хочется отметить, что недостаточное качество геометрических знаний и пространственных представлений учащихся начальных классов есть результат, отражающий не столько ограниченные познавательные способности и возможности младших школьников, сколько недостатки, относящиеся к реализации содержания, преподносимого детям, к системе его изучения, реализованной в системе учебных пособий по математике как по традиционным программам, так и по приведенным альтернативным.

2. Возможности развития пространственных представлений у младших школьников.

2.1. Цели и методы формирования пространственных представлений в системе обучения математике в начальной школе.

Как отмечалось в предыдущей главе, развитие пространственных представлений и формирование на их основе пространственного мышления школьников является важнейшей частью их интеллектуального развития в целом, поскольку играет большую роль не только при изучении геометрии, но и других учебных дисциплин. В частности, без сформированных пространственных представлений, на наш взгляд, невозможно эффективное изучение рисования, черчения, физики, географии, технологии и ряда других школьных предметов. Наличие хорошего пространственного воображения необходимо и инженеру, и дизайнеру, и компьютерщику, и экономисту и специалистам многих других профессий. Невысокий уровень развития пространственного мышления и пространственного воображения на начальной ступени обучения является для ученика среднего и старшего звена обучения непреодолимым камнем преткновения для дальнейшей учебы. Формировать пространственные представления у 15-летних детей, рассчитывая, что это можно сделать быстро, - задача практически не выполнимая. Таким образом мы вновь приходим к выводу о том, что формирование пространственного мышления должно начинаться в начальной школе, поскольку этот возраст, благодаря специфике психологического развития, наиболее благоприятен для формирования как базовой, так и операциональной стороны пространственного мышления.

Прежде чем говорить о методике формирования пространственных представлений необходимо выявить сами принципы построения системы обучения младших школьников элементам геометрии, надо ответить на вопрос: зачем обучать геометрии в начальной школе, почему в настоящее время общепризнанна необходимость более широкого включения геометрических знаний в систему начального математического образования. В значительной мере это связано с тем, что давно отмечаемые трудности усвоения многими школьниками курса геометрии уходят корнями в начальную математическую подготовку. Действительно, содержательный геометрический материал (особенно для развития пространственных представлений) в курсе математики начальных классов, несмотря на разнообразие существующих сегодня систем обучения, практически отсутствует, о чем было сказано выше. Обучение элементам геометрии в начальной школе сводится, как правило, к ознакомлению с простейшими плоскими фигурами и измерению геометрических величин инструментальными средствами, а с пространственными фигурами и того менее.

Такое положение противоречит, во-первых, опыту ориентирования в пространстве и оперирования трехмерными телами, с которыми ребенок приходит в школу, а во-вторых, результатам детской психологии. Еще Ж. Пиаже показал, что развитие геометрических (пространственных) представлений детей идет от топологических к проективным и лишь затем к метрическим, то есть от геометрии «формы и положения» к геометрии «меры». Как следствие, пространственное мышление детей оказывается недостаточно развитым, так как именно младший школьный возраст для его развития является наиболее благоприятным периодом. Этим в значительной мере обусловлены трудности изучения геометрии, особенно стереометрии, в старших классах. Но математика едина, и геометрия составляет ее органическую часть. Ослабление геометрической подготовки в аспекте развития пространственных представлений в начальной школе не только разрывает эту органическую связь, но и делает проблематичным решение важнейшей задачи общего математического образования – формирования культуры мышления. Геометрические же знания, в том числе и пространственные представления, получаемые детьми в начальной школе, не только скудны, но и носят догматический характер, что приводит к тому, что школьники не испытывают никакой потребности в обосновании их истинности.

В отличие от арифметики, изучение геометрии в пространстве требует преимущественно эмоционально-образных познавательных стратегий, органичных для младших школьников, и потому является исключительно важным для полноценного интеллектуального, эмоционального и эстетического развития детей. В силу того, что умение ориентироваться в пространстве составляет необходимый компонент любого вида учебной деятельности, систематические занятия геометрией способствуют также общей успешности учения на начальной ступени обучения. Исходя из этого, можно выделить следующие взаимосвязанные цели изучения геометрии в начальной школе:

Развитие пространственного мышления детей как разновидности образного;

Ознакомление ребенка с органическими для него геометрическими методами познания как естественной составляющей математических методов;

Подготовка младших школьников к усвоению понятия о пространственности реального мира.

Методы обучения младших школьников как вообще геометрии, так и пространственным представлениям в том числе, определяются, прежде всего, особенностями познавательных возможностей детей, а также самим предметом геометрии как науки о свойствах геометрических фигур.

Геометрические фигуры – это пространственные формы в «чистом виде», потому методы геометрии необходимо умозрительны. Но при первоначальном знакомстве с геометрией, в том числе - пространственной, опора на наглядные представления неизбежна, поэтому использование метода наглядности при формировании пространственных представлений является существенным. По словам Д. Гильберта: «тенденция к наглядности… стремится к живому пониманию объектов и их внутренних отношений…. Наглядное понимание играет первенствующую роль в геометрии. Руководствуясь непосредственным созерцанием, можно уяснить многие геометрические факты, а также увидеть богатство содержащихся в ней идей и методов исследования».

При изучении геометрии младшими школьниками опираться только на непосредственное созерцание недостаточно. Так как моторика ребенка и связанное с ней мышечное чувство играет в развитии психики, интеллекта и личности фундаментальную роль, то наглядное обучение пространственным представлениям должно обеспечить возможность оперировать предметными моделями идеальных геометрических объектов, выявлять геометрические факты методами физического эксперимента наряду с экспериментом мысленным. Это значит, что любое новое представление ребенка об объекте должно быть получено в результате активных действий самого ребенка, направленных на преобразование объекта. Отсюда с неизбежностью вытекает необходимость использования при формировании пространственного мышления младших школьников экспериментального метода.

На всех этапах изучения геометрии в школе, в том числе и в начальных классах, ученики имеют дело с графическими моделями геометрических фигур, реализованными на плоском листе бумаги. Это значит, что изображения пространственных фигур, а именно с них надо начинать обучение геометрии, должны быть в максимальной степени наглядными и правильными. В то же время такое положение требует от учащихся умения «читать» графическую информацию, умения оперировать такой информацией. Это умение состоит, с одной стороны, из умения представлять умозрительный образ, заданный его изображением, а с другой – изображать геометрический объект, заданный другими способами, например, вербальным описанием или предметной моделью, изготовленной из тех или иных материалов. Таким образом, еще одним из методов формирования пространственных представлений младшего школьника является графическое моделирование, которое, являясь универсальным методом обучения геометрии, выступает одновременно и как средство, и как цель обучения.

Задача эффективного развития пространственных представлений как основы пространственного мышления может быть решена только в том случае, если выделение геометрических фигур направляется «сверху вниз», то есть от пространственных форм и пространственных отношений к плоским, как естественным составляющим пространственных. Это значит, что пространственные и плоские геометрические фигуры должны изучаться взаимосвязано и взаимозависимо, то есть на основе принципа фузионизма. Процесс мысленного конструирования геометрических образов в целом, доминирующий на начальном этапе обучения, опирается на интуитивно понятное отношение прикосновения. Это отношение наглядно отражает свойство непрерывности, являющееся предметом изучения топологии, выделяя качественные свойства геометрических фигур и их положение в пространстве. Слово «топология», введенное И. Листингом, определяет область математики, в которой изучается взаимное расположение в пространстве поверхностей, линий, точек и развиваются соответствующие методы исследований. В топологии изучаются такие свойства геометрических фигур, которые остаются неизменными при любых деформациях фигуры, не допускающих её разрывов и склеивания, то есть не нарушающих отношения прикосновения. Топологические свойства являются наиболее устойчивыми, и именно они, по мнению психологов, первыми в объектах выделяются детьми младшего школьного возраста. Таким образом, возникает целесообразность использования в начальных классах при формировании пространственного мышления учащихся элементарных понятий топологии.

Подводя итог сказанному выше, необходимо указать на то, что содержание обучения геометрии младших школьников диктуется возможностью выделить наглядно – практически и наглядно – эвристически геометрические объекты как обобщенные мысленные образы наблюдаемых предметов.

2.2. Приемы развития пространственных представлений младших школьников.

Изучая методические разработки и рекомендации о путях и способах формирования пространственных представлений у учащихся, можно заметить, что подавляющее большинство из них (и теоретически, и исходя из опыта работы) приходят к выводу о необходимости:

используя способность детей шестилетнего возраста к восприятию формы начинать формирование пространственных представлений с первых уроков математики в 1-м классе. При знакомстве учеников с геометрическими фигурами следует опираться не только на зрительное восприятие образа ребенком, но и на все другие анализаторы, учитывая мнение психолога Е. Г. Ананьева о том, что связующая роль между всеми анализаторами принадлежит двигательно-кинестетическому анализатору;

придерживаясь последовательности изучения геометрического материала в начальной школе, предусмотренного учебными программами по математике, в первую очередь помочь детям осмыслить основные пространственные отношения, какие, как: быть впереди, находиться между, находиться на противоположной стороне, быть внутри, следовать за, и так далее. Среди них особым видом выделяются такие отношения, как: справа - слева, ближе – дальше, вверху – внизу, над – под, оперирование которыми, в силу их относительности, вызывает значительные трудности.

При формировании таких отношений основными практическими действиями ребенка должны выступать действия по раскрашиванию предметных картинок, рисование «дорожек», обозначение предметов буквами, с помощью которых фиксируется результат мыслительной деятельности по осознанию опыта ориентации в привычном пространстве и начинается овладение простейшими графическими умениями.

Формирование пространственных представлений учеников начальных классов может осуществляться путем использования некоторых топологических свойств поверхностей (в частности отсутствия связи между формой и размером). Для этого можно применять такие задания, как раскрашивание многоугольных областей, построение плоских графов, поиск путей в графе. Различные способы вложения в пространство можно увидеть, экспериментируя с узлами и зацеплениями, и так далее. Приведем несколько заданий такого типа.

Развитие пространственных представлений невозможно отделить от формирования умений мысленно представить различные положения предмета, изменения его формы и положения в зависимости от точки зрения, различных поворотов и трансформаций, умением зафиксировать это представление на изображении. Примерами заданий, направленных на формирование таких умений, могут быть следующие:

Способствует и расширяет возможности формирования пространственных представлений младших школьников также применение упражнений на изменение формы фигуры в результате растяжения или сжатия с использованием сетки параллелограммов, например такого:

Достаточно большие возможности, по мнению многих авторов, дают для формирования пространственных представлений упражнения на развитие умений представить мысленно различные положения и форму предметов при изучении многогранников. При этом многогранники рассматриваются как тела, ограниченные замкнутой поверхностью, состоящей из плоских кусков. Естественно, что развитие таких умений должно опираться на практические упражнения с развертками многогранников.

По мнению Т. М. Щегловой, кандидата психологических наук, преподавателя Шуйского госпединститута, формированию пространственных представлений должно отводиться постоянное внимание не только на отдельных уроках (с ответствующими темами), а в течение всего периода обучения математике в начальной школе, то есть на всех уроках, содержащих геометрический материал. При этом, по ее утверждению, необходимо придерживаться последовательности, которая соответствует интуитивной логике детей в ознакомлении с соответствующими понятиями, опираясь на практическую деятельность учеников в сочетании с дидактически обоснованной игровой формой.

Преподаватели Московского Государственного педагогического института Г. Г. Кочеткова и Е. А. Крапивина приходят к выводу о том, что формирование пространственных представлений может и должно производиться уже на этапе изучения с младшими школьниками таких понятий, как точка, линия, отрезок, прямоугольник и так далее. Геометрические задания, по их мнению – с которым следует согласиться, будут способствовать развитию пространственных представлений, если операции по выполнению этих заданий будут связаны с поворотами фигур и одновременным активным включением в объяснение таких понятий, как вверх – вниз, влево – вправо и т.д.

По мнению этих же авторов достаточно большое значение в формировании пространственных представлений младших школьников имеет организация работы по ориентации плоских и объемных геометрических фигур. С этой целью предлагается использование серий упражнений на соответствие образа (модели) и его изображения с учетом переориентации на плоскости и в пространстве на основе простой формы ориентировки по «схеме тела».

Так в задании «Что изменилось? Что не изменилось?» выстраиваются в ряд различные по цвету прямоугольники, которые меняют положение в пространстве в вертикальном направлении, что описывается отношениями «вверху – внизу», «между».

В задании «Раскрась фигуру справа» из нижнего ряда следует выбрать квадрат, имеющий такой же рисунок, как и исходный, но изменивший свое положение при повороте его вверх на один оборот; это упражнение одновременно с развитием пространственной ориентации закрепляет такие понятия, как «справа – слева». Это квадрат 2.

В заданиях типа «Чем похожи? Чем отличаются?» формируются и развиваются пространственные связи «слева – справа», «сверху – снизу», «повернуть вправо – повернуть влево» и т.п:

4. В заданиях типа «Выбери фигуру, которую нужно дорисовать» предполагается формирование умений осуществлять поворот вправо, влево, вверх или вниз на один или несколько оборотов. В предлагаемом ниже упражнении осуществляется поворот «вверх – влево», при котором круг, расположенный внизу, перемещается вправо.

Аналогичные задания – упражнения можно производить и с другими геометрическими фигурами, а также с рисунками. Большие возможности для проведения таких упражнений предоставляются, если использовать на уроках математики кубики из детского конструктора, а при отсутствии таковых – обычные деревянные кубики, которые можно сделать в школьных мастерских. Делая пометки на одной или двух гранях кубика в виде точек разного цвета или окрашивая их в разные цвета, можно составить целые серии упражнений разной направленности и разного уровня сложности для формирования и развития пространственных представлений учеников начального звена обучения. Эти серии можно условно разделить на несколько групп по степени сложности и глубине формирования пространственных представлений у учащихся:

1 группа. «Оперирование моделью кубика». Располагая кубик к ученику фронтальной гранью с пометкой, можно выполнить такие упражнения:

а) кубик повернули на один оборот влево. Какое положение займет модель кубика? Найди это положение на чертеже?

б) поверни модель кубика так, чтобы он занял указанное на чертеже положение. И т.д.

2 группа. «Оперирование образом в фиксированной системе отсчета, совпадающей со «схемой тела».

Осуществляются повороты кубика на один оборот вправо (влево) в строго фиксированной фронтальной системе отсчета. Оперирование пространственным образом происходит в результате перекодировки образа, то есть перехода из трехмерного пространства в двумерное путем вычленения плоского элемента объемной формы. Ребенок осуществляет мысленное вращение не самого кубика а лишь его передней грани.

Не описывая подробно механизм выполнения упражнений, можно выделить еще две группы подобных заданий:

3 группа. «Соотнесение рисунков на гранях кубика с изменением их положения в пространстве»;

4 группа. «Переориентировка кубика в результате нескольких поворотов».

Учитывая тот факт, что эффективным средством познания пространства для младшего школьника являются его собственные практические действия с объектами, целесообразно и необходимо при выполнении упражнений с кубиками использовать модели кубиков каждым ребенком с целью практической проверки высказанных догадок и гипотез. При таком подходе к выполнению упражнений на расположение пространственных объектов по отношению друг к другу относительно «схемы своего тела» или других точек отсчета, узнавание и изображение этих объектов и их проекций на чертеже или рисунке представляют достаточную ценность как для формирования пространственных представлений, так и для развития пространственного мышления младших школьников.

Приводя в качестве примеров способы формирования пространственных представлений младших школьников, изложенные выше, необходимо сказать о том, что существенную помощь учителям начальной школы в реализации данного вопроса призван оказать учебный комплекс по математике для 1 – 4 классов, выпускаемый издательским Домом Российской академии образования (ООО «Баласс») в рамках образовательной системы «Школа 2100» - авторы: Демидова Т.Е., Козлова С.А., Тонких А.П. и др. Комплекс состоит из 3-х учебников «Моя математика» для каждого из 1 – 4 классов и содержит достаточно большое число упражнений, на основе которых возможно эффективное формирование пространственных представлений младших школьников. Приведем несколько примеров:

Математика -1 класс.

1 часть.

Урок № 1. Тема: «Цвет. Знакомство с радугой».

Задача № 2. Наряду со знакомством с цветами радуги путем постановки вопросов типа: Какой цвет находится под синим? Над желтым? Между голубым и зеленым? и т.д. формируются понятия «вверху», «внизу», «между», «выше», «ниже»;

Задача № 3. Позволяет формировать отношения «справа – слева», «вверху – внизу», «между» и другие;

Задача № 5. Позволяет формировать понятия «справа», «слева», «между».

Урок № 2. Тема: «Форма».

Задача № 1. Кроме изучения вида геометрических фигур (квадрат, круг, треугольник, овал, прямоугольник) формируются представления «слева», «справа», «между», «вверху», «внизу»;

Задача № 4. Наряду с развитием логики (Какой цветок в букете лишний) развитие представлений «между», «левее», «правее» и т.д.

В этой же части аналогичные упражнения можно найти в разработках уроков №№ 3 – 9, 12 – 14 и других.

2 часть.

Задачи, позволяющие формировать пространственные представления учащихся, имеются в уроках: № 41 (задача № 5), № 42 (задачи № 1,2, 3), № 43 (задача № 7), № 44 (задачи № 3,4), № 45 (задачи № 1 – 3), № 47 (задачи № 1 – 3,7) и так далее.

Подводя итог сказанному выше, можно утвердительно сказать о том, что поступление названных учебников «Моя математика» в школы даст возможность учителям начального звена обучения более системно и продуктивней осуществлять развитие пространственных представлений младших школьников.

Заключение

Из курсов педагогики и методики математики известно, что деятельность может быть репродуктивной и продуктивной. Репродуктивная деятельность сводится к воспроизведению воспринимаемой информации. Лишь продуктивная деятельность связана с активной работой мышления и находит своё выражение в таких мыслительных операциях, как анализ и синтез, сравнение, классификация и обобщение. Включение этих операций в процесс усвоения содержания обеспечивает реализацию продуктивной деятельности младших школьников, без которой невозможен процесс формирования пространственных представлений и пространственного мышления.

Сложившаяся в школе система деятельности школьников по усвоению готовых знаний и умений тормозит развитие интеллекта детей, в том числе пространственных представлений. В связи с такой системой преподавания дети привыкают решать задачи, которые всегда имеют готовые решения, причем, как правило, только одно решение. Кроме того, дети привыкают решать задачи на основе уже выученного правила, поэтому они не в состоянии действовать самостоятельно, чтобы найти какой - то новый способ. Как показывает изучение литературы по теме работы, такое положение вещей не способствует тому, чтобы владение пространственными представлениями и наличие пространственного воображения стали одним из основных критериев образованности учащегося в области математики, поэтому задача формирования и развития пространственных представлений младших школьников продолжает оставаться одной из важнейших задач начальной школы.

В рамках исследования проблемы было проведено изучение методической и педагогической литературы, а также рассмотрены частные рекомендации по формированию пространственных представлений младших школьников. В рамках практического изучения состояния вопроса проведен анализ уровня сформированности пространственных представлений учащихся 4В класса школы № 54 г. Брянска при содействии и под руководством учителя математики Масликовой Л. В., учителя высшей категории, которая на протяжении ряда лет занимается внедрением активных форм формирования пространственного мышления у учащихся начального звена обучения. Изучение уровня сформированности пространственных представлений проводилось в форме индивидуального тестирования по заданиям, разработанным Масликовой Л.В. Результаты, полученные в ходе тестирования показывают, что из 20 учащихся класса 18 учащихся (90%) справились с предложенными заданиями на оценку «4» и «5»; двое учащихся (10%) – испытывают значительные затруднения в свободном оперировании пространственными понятиями, такими как: «быть внутри», «следовать за …», «быть левее», «быть правее». Вместе с тем следует отметить, что 9 учащихся (45%) в ходе теста испытывали определенные затруднения мысленно представить различные изменения формы и положения предмета в зависимости от изменения точки наблюдения, а также в результате поворотов и трансформаций предмета.

Таким образом, неизбежно вытекает вывод о том, что, обучая младших школьников математике, необходимо так ставить вопросы и организовывать познавательную деятельность, чтобы задания были направлены не только на формирование математических понятий, но и на развитие пространственного мышления детей, без которого невозможно развитие общеинтеллектуальных умений и навыков.

5. Приложения (фрагменты уроков с формированием пространственных представлений младших школьников)

1. Фрагмент 1-го урока в 1-м классе.

На классной доске учитель располагает цветной плакат с рисунком к задаче № 2 (или демонстрирует аналогичный компьютерный слайд).

Проводится фронтальная беседа по вопросам: внимательно рассмотрите рисунок волшебницы Радуги.

Назовите цвета её короны. сравните цвета короны с цветным рисунком справа от Радуги и скажите, каких цветов в её короне нет? назовите цвета короны по порядку снизу вверх? А теперь сверху вниз?

рассмотрите плакат на доске. Какие цвета находятся сверху над голубым цветом? Какие цвета расположены снизу под красным цветом?

какие цвета расположены между черным и коричневым? Какие – между синим и оранжевым? Какие - между желтым и красным?

какие цвета расположены выше синего цвета? Какие цвета находятся ниже красного цвета? И так далее

Фрагмент 3-го урока в 1-м классе.

Тема: Размер.

Этап урока: повторение изученного.

- - - - - - - - - - - - - - - На классной доске и на столе у каждого ученика разноцветные геометрические фигуры, изученные на предыдущем уроке (разного размера).

- в какой руке мы держим ручку, карандаш когда пишем, рисуем? (В правой).

Уточнение направлений налево, направо и взаимного расположения предметов в пространстве (вверху, низу):

- покажите правую руку, левую руку.

- кто сидит слева от Коли?

- какие предметы находятся справа от Кати?

- что в классе находится вверху классной доски? (таблица.) – аналогия рисунку из задачи № 1.

- что находится внизу доски? (прикреплены геометрические фигуры.)

Ребята! Внимательно посмотрите на рисунок в задаче № 1 и расположите эти фигуры так, как показано на рисунке.

Один из учеников выполняет задание на доске, а остальные - на рабочих местах.

- Какая фигура расположена слева? Как называется фигура, расположенная справа?

- Какие фигуры расположены слева от круга? А какие – справа от квадрата?

- Какая фигура находится между кругом и прямоугольником? Между треугольником и кругом?

- Переложите прямоугольник так, чтобы он оказался справа от треугольника и слева от овала? Как это можно сделать?

- Куда можно переложить треугольник, чтобы он был справа от круга? и т.д.

(последние задания дети выполняют задание на доске и на рабочих местах)

- - - - - - - - - - - - - - - -

3. Фрагмент 12-го урока в 1 классе.

Тема: Замкнутые и незамкнутые кривые.

Этап урока: Повторение изученного материала.

- - - - - - - - - - - - - - (вначале проводится проверка знаний по материалу урока № 11, а перед переходом к новой теме с целью повторения основных геометрических фигур и формирования пространственных представлений предлагаю провести игру)

Игра «Составь узор» - работа с математическим набором:

Положи зеленый кружок так, чтобы он был выше красного квадрата, но ниже красного треугольника. Справа от зеленого кружка положи желтый треугольник, а слева -желтый квадрат. За желтым треугольником положи красный кружок так, чтобы между ним и желтым треугольником находился зеленый квадрат. (ответ проверяется по заранее подготовленному узору на доске, закрытому шторкой или листом ватмана).

- Какая фигура следует за зеленым квадратом?

- Какая фигура предшествует желтому треугольнику?

- Какая фигура находится между двумя желтыми фигурами?

-Какие фигуры находятся ниже красного треугольника?

Этап урока: изучение нового материала.

При выполнении задачи № 3 задаю дополнительные вопросы:

- какие фигуры находятся над замкнутой кривой?

- какие фигуры расположены под кривой?

- какая фигура расположена справа от кривой линии? и т.п.

Фрагмент урока № 62 во 2-м классе.

Тема: сложение и вычитание чисел.

Этап урока: изучение нового материала.

При выполнении задания № 7 вопросы задания, имеющиеся в учебнике на стр. 47 (Моя математика. 2 класс. 2 часть) к рисунку:

дополняю такими вопросами (фронтально):

- Какая фигура, не имеющая объема, находится в верхнем ряду?

- Как нужно переставить фигуры, чтобы все плоские находились внизу?

- Между какими фигурами находится цилиндр?

- Назовите фигуры, расположенные выше красного треугольника и левее пирамиды?

- Как переставить фигуры, чтобы квадрат стал выше и правее треугольника? И т.п.

(ответы детей сопровождаются перемещением соответствующих фигур, которые производит ученик на классной доске.)

**Список литературы**

М.И. Моро, А.С. Пчелко, А.М. Пышкало и др. «Актуальные проблемы методики обучения математике в начальных классах». М. Педагогика. 1977 г.

2. Занков Л.В. «Беседы с учителями». М. Просвещение. 1975 г.

3. Истомина Н.Б. «Активизация учащихся на уроках математики в начальных классах: Пособие для учителей». М. Просвещение. 1985 г.

4. Истомина Н.Б. «Методика обучения математике в начальной школе». М. Просвещение. 1992 г.

5. М.И. Моро, М.А. Бантова и др. «Стабильные учебники математики для системы 1-4». М. Просвещение. 1996 г.

Аргинская И.И. «Учебники по математике для 1, 2 и 3 классов». М. Просвещение. 1993 г.

7. Истомина Н.Б. «Учебники по математике для 1, 2 и 3 классов». М. Новая школа. 1996 г.

8. Т.Е. Демидова, С.А. Козлова, А.П. Тонких и др. «Моя математика. 1, 2, 3 класс». М. Баласс. 2005 г.

9. Якиманская И.С. «Методика обучения элементам геометрии в начальных классах». М. Просвещение. 1973 г.

10. Якиманская И.С. «Развитие пространственного мышления учащихся». М. Просвещение. 1989 г.

11. А.В. Белошистая. «Развитие пространственных представлений и пространственного мышления младших школьников». М. Линка-Пресс. 1999 г.

12. Журналы «Начальная школа»: № 1. 1991 г, № 3. 1996 г, № 12. 1996 г, № 4. 2000 г, №10. 2001 г, № 9. 2002 г, № 11. 2002 г.