**Министерство общего и профессионального образования РФ**

**ТГТУ**

**Кафедра ИС**

##### Курсовая работа по дисциплине

***Теория оптимального управления ЭС***

**Выполнил: студент группы ИСЭ-32 Чернецов Д.Е.**

###### Принял: д.т.н. профессор

**Берзин Е.А.**

**Тверь**

**2000 год**

# Содержание

#### Введение

1. Общая постановка многокритериальной задачи линейного программирования.

1.1. Формальная постановка многокритериальной задачи линейного программирования.

1.2. Условие задачи

2. Решение многокритериальной задачи линейного программирования графическим методом

2.1. Формальное условие и сведение к ЗЛП

2.2. Графическое определение π-множества

3. Определение Парето-оптимального множества с-методом

3.1. Удаление пассивных ограничений

3.2. Определение π-множества с-методом

4. Определение альтернативных вариантов многокритериальной задачи

4.1. Метод гарантированного результата

4.2. Метод линейной свертки частных критериев

5. Составление сводной таблицы

**Заключение**

**Список литературы**

# Введение

Лишь в редких случаях цели, которые лицо принимающее решение (ЛПР) стремится достичь в планируемой им операции, удается описать с помощью одного количественного показателя. Поэтому специалисты Системного анализа и Исследования операций считают целесообразным избегать термина «оптимизация», так как поиск оптимального решения х, доставляющего функции F(x) экстремальное значение, имеет вполне определенный смысл и давно входит в арсенал основных понятий математики. Многообразие целей ЛПР более адекватно может быть описано с помощью некоторой совокупности частных критериев (ч-критериев), характеризующих степень достижения частных целей. Противоречивый характер целей обуславливает, как правило, и противоречивость ч-критериев. С формальной точки зрения это приводит к тому, что свои экстремальные значения ч-критерии получают в различных точках ОДР Dx. Следовательно, ЛПР принимая решение х, всегда должно идти на компромисс, в разумных пределах допуская ухудшение значений одних ч-критериев во имя улучшения значений других. Именно этот этап творческой деятельности ЛПР наименее формализуем и требует привлечения предыдущего опыта, интуиции и даже искусства ЛПР, обладающего практическим опытом в соответствующей предметной области. Решение, принимаемое ЛПР с привлечением совокупности ч-критериев, будем называть компромиссным, рациональным или просто решением ЛПР, избегая при этом термина «оптимальный», имеющего определенный и вполне точный смысл.

Основная идея обоснования и принятия решения ЛПР в условиях многокритериальности состоит в *последовательном сужении ОДР Dx до минимальных размеров, что облегчает принятие окончательного решения ЛПР.* Первым, наиболее существенным шагом в этом направлении будет являться сужение ОДР Dx до некоторого подмножества Dxπ ⊂ Dx на основании принципа *доминирования.*

**1.Общая постановка многокритериальной задачи линейного программирования.**

**1.1.Формальная постановка многокритериальной задачи линейного программирования.**

Формальная схема многокритериальной ЗЛП (МЗЛП) от обычной ЗЛП отличается наличием нескольких целевых функций:

где εi – неотрицательные переменные (невязки, i = 1; m).

(1)



Знак max означает тот факт, что *желательно увеличение каждой из линейных форм Lr(х),* отражающей некоторую r-ю цель ЛРП.

(3)

(2)

Требование только максимизации не сужает общности задачи. Так, например, требование *минимизации затрат некоторых ресурсов* эквивалентно требованию *максимизации остатка* от изначально выделенных ресурсов. Наличие многих ч-критериев позволяет сделать модель (1) – (3) более адекватной изучаемой ситуации, однако выводит её из класса задач МП и требует разработки новых способов ее анализа. Начальный анализ МЗЛП состоит в удалении из области допустимых решений (ОДР) Dх явно худших, *доминируемых решений х*. Решение х, доминирует решение х (х, > х), если при х, *хотя бы один* ч-критерий имеет больше значение при равенстве остальных. Поэтому решение х может быть исключено из дальнейшего рассмотрения, как явно худшее, чем х,. Если решение х, не доминируется ни одним из решений х ∈ Dx, то его называют *Паретто-оптимальным (*π - оптимальным*)* или *эффективным решением (*π - решением*)*. Таким образом, π-решение - это неулучшаемое (недоминируемое) решение, и ясно, что решение ЛПР должно обладать этим свойством – другие решения нет смысла рассматривать.

Формальное ***определение π-оптимальности решения х,*** записывается как требование *об отсутствии* такого решения *х∈ Dx,* при котором бы были выполненыусловия

(4)



и хотя бы одно из них – строго (со знаком >).

Иными словами, условия (4) выражают *требование невозможности улучшения решения х,* в пределах ОДР Dx ни по одному ч-критерию без ухудшения хотя бы по одному из других.

**1.2.Условие задачи**

Даны целевые функции:

L1 = -x1 + 2x2 + 2,

L2 = x1 + x2 + 4,

L3 = x1 - 4x2 + 20,

и система ограничений:

x1 + x2 ≤ 15,

5x1 + x2 ≥ 1,

-x1 + x2 ≤ 5,

x2 ≤ 20,

∀xj ≥ 0.

2. Решение многокритериальной задачи линейного программирования графическим методом.

**2.1.Формальное условие и сведение к ЗЛП**

Чтобы можно было проверить условие (4) (Lr(x) ≥ Lr(x’),∀r) для некоторой произвольно взятой точки *х,*, не прибегая к попарному сравнению с другими, условие π-оптимальности (4) ***переформулируем в виде следующей задачи*** ***линейного программирования***:

(6)

(5)

(7)



Смысл задачи линейного программирования нетрудно понять, если учесть, что δr – это приращение ч-критерия Lr, получаемое при смещении решения *х,* в точку *х.* Тогда, если после решения ЗЛП окажется Δmax = 0, то это будет означать, что ни один из ч-критериев нельзя увеличить (Δmax = 0), если не допускать уменьшения любого из других (∀ δr ≥ 0). Но это и есть условие π-оптимальности х,. Если же при решении окажется, что Δ ≥ 0, то значит какой-то ч-критерий увеличил свое значение ***без ухудшения******значений других*** (∀ δr ≥ 0), и значит х, ∉ Dπx.

Теперь перейдем к решению нашей задачи:

L1 = -x1 + 2x2 + 2,

L2 = x1 + x2 + 4,

L3 = x1 - 4x2 + 20,

x1 + x2 ≤ 15,

5x1 + x2 ≥ 1,

-x1 + x2 ≤ 5,

x2 ≤ 20,

∀xj ≥ 0.

Проверим некоторую точку х, = (5; 3) (эта точка принадлежит области Dx) на предмет π-оптимальности:

Запишем ЗЛП в каноническом виде:

δ1 = x1 - 2x2 + 1

Dxk δ2 = x1 + x2 - 8

δ3 = -x1 + 4x2 - 7

Δ = x1 + 3x2 – 14,

ε1 = 15 - x1 - x2

ε2 = 5x1 + x2 – 1,

Dx ε3 = 5 + x1 - x2

ε4 = 20 - x2

∀xj ≥ 0.

и в форме с-таблицы:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Т1 | х1 | х2 | 1 |
| ε1 | -1 | -1 | 16 |
| ε2 | 5 | 1 | -4 |
| ε3 | 1 | -1 | 100 |
| ε4 | 0 | -1 | 10 |
| δ1 | 1 | -2 | -4 |
| δ2 | 1 | 1 | -12 |
| δ3 | -1 | 1 | -8 |
| Δ | 1 | 4 | -24 |

Применяя с-метод, после замены δ3↔ х2, получаем:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Т2 | х1 | δ1 | 1 |
| ε1 | -3/2 | ½ | 29/2 |
| ε2 | 11/2 | -1/2 | -1/2 |
| ε3 | 1/2 | ½ | 9/2 |
| ε4 | -1/2 | ½ | 39/2 |
| X2 | 1/2 | -1/2 | 1/2 |
| δ2 | 3/2 | -1/2 | -15/2 |
| δ3 | 1 | -2 | -5 |
| Δ | 5/2 | -3/2 | -25/2 |

Видим, что опорный план не получен, следовательно делаем еще одну замену: ε1 ↔ х1:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Т3 | ε3 | δ1 | 1 |
| x1 |  |  | 29/3 |
| ε2 |  |  | 316/6 |
| ε3 |  |  | 56/6 |
| ε4 |  |  | 88/6 |
| x2 |  |  | 16/3 |
| δ2 |  |  | 7 |
| δ3 |  |  | 14/3 |
| Δ | -5/3 | -2/3 | 70/6 |

В Т3 получен опорный план. Так как при этом Δ>0, то, следовательно, система ч-критериев не противоречива и существует некоторая область, смещение в которую решения х, способно увеличить, по крайней мере, один ч-критерий без уменьшения значений остальных. Эта область и есть ***конус******доминирования - д – конусом Dxk***(на рисунке выделен штриховкой). При R > n д-конус может выродиться в точку х, (вершина д-конуса). Получено целое множество оптимальных решений, извлекаемое из Т3: х0 = ( 29/3 ; 16/3 ). Таким образом, решение х, = ( 5; 3) не является π-оптимальным, так как его удалось улучшить (Δmax>0). Помимо установления факта неэффективности решения х,, рассмотренный метод позволил определить ближайшее к нему π-оптимальное решение.

**2.2. Графическое определение π-множества**

Сначала необходимо построить график.

Для построения графика необходимы следующие данные:

исходные данные:

L1 = x1 - 2x2 + 2,

L2 = x1 + x2 + 4,

L3 = -x1 + 4x2 - 20,

в каноническом виде (после подстановки точки (5;3))

δ1 = x1 - 2x2 + 1, (5 - 2\*3 + 1= 1)

Dxk δ2 = x1 + x2 - 8, (5 + 3 + 4 = 12)

δ3 = -x1 + 4x2 - 7, (-5 + 4\*3 - 20 = -13)

Δ = 2x1 + 4x2 – 14,

Находим точки для построения прямых:

1. δ1 = x1 - 2x2 + 1,

-x1 + 2x2 ≤ 1 (1;1)

1. δ2 = x1 + x2 - 8,

x1 + x2 ≥ 8 (0;8)

1. δ3 = -x1 + 4x2 - 7,

-x1 + 4x2 ≥ 7 (1;2)

По полученным точкам строим график (рисунок 1). На рисунке штриховкой показан полученный д-конус. Переход к любой точке внутри конуса обеспечивает увеличение всех критериев. Точка (29/3; 16/3) является π-оптимальным решением. Смещая точку х, внутрь д-конуса придем на границу ε1. При этом д-конус выйдет из области допустимых решений (ОДР) Dx. Теперь полученная точка не сможет улучшить ни один ч-критерий без ухудшения других, значит она π-оптимальная. Построив д-конус в любой точке стороны ε1, убеждаемся, что каждая из точек π-оптимальна, значит вся сторона ε1 составляет π-множество.

**3.Определение Парето-оптимального множества**

**с-методом**

**3.1.Удаление пассивных ограничений**

Перед построением π-множества из системы ограничений должны быть удалены пассивные ограничения. *Пассивным* будем называть неравенство (п-неравенство), граница которого не является частью границ области Dx, за исключением, может быть, ее отдельной точки. Неравенства, образующие границы Dx, назовем *активными* (а-неравенства).

Чтобы грани не были включены в Dxπ, не имея никакого отношения к Dxπ, неравенство ε1 должно быть удалено из исходной системы ограничений. Условием для исключения неравенства εi ≥ 0 из системы является *несовместность* (или вырожденность) данной системы неравенств при условии εi = 0. Геометрически это означает, что граница εi = 0 неравенства εi ≥ 0 *не пересекается* с областью Dx или имеет одну общую точку. Если граница εi = 0 имеет общую угловую точку с Dx (вырожденность), то с удалением п-неравенства εi ≥ 0 эта точка не будет утеряна, так как она входит в границы других неравенств. Помимо заданных m неравенств проверке подлежат и n условий неотрицательности переменных, так как координатные плоскости (оси) также могут входить в границы Dx.

В качестве примечания можно отметить, что поскольку п-неравенства (пассивные неравенства) для любой точки x ∈ Dx будут выполнены, то по мере выявления п-неравенств и введения их в базис они удаляются из с-таблицы.

Запишем систему неравенств Dx в форме с-таблицы:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Т1 | х1 | х2 | 1 | bi/ais | bi/ais |
| ε1 | -1 | -1 | 15 | 15 | 15 |
| ε2 | 5 | 1 | -1 | 1/5 | 1 |
| ε3 | 1 | -1 | 5 | - | 5 |
| ε4 | 0 | -1 | 20 | - | 20 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Т2 | ε1 | x2 | 1 |  |  |  |  | Т2’ | x1 | ε2 | 1 |
| х1 | -1 | -1 | 15 |  |  |  |  | ε1 | 4 | -1 | 14 |
| ε2 | -5 | -4 | 74 |  |  |  |  | x2 | -5 | 1 | 1 |
| ε3 | -1 | -2 | 20 |  |  |  |  | ε3 | 2 | -1 | 4 |
| ε4 | 0 | -1 | 20 |  |  |  |  | ε4 | 1 | -1 | 19 |

ОП – получен, следовательно ОП – получен, следовательно

х2  и ε1 – активные ограничения; x1 и ε2 – активные ограничения;

из Т2 получаем:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Т3 | ε1 | ε3 | 1 |
| x1 | 1 | 1/2 | 5 |
| ε2 | -3 | 2 | 34 |
| x2 | -1/2 | -1/2 | 10 |
| ε4 | 2 | ½ | 10 |

отсюда делаем вывод, что ε3 – активное ограничение;

из Т3 получаем:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Т4 | ε4 | ε3 | 1 |
| x1 |  |  | 10 |
| ε2 |  |  | 19 |
| x2 |  |  | 15/2 |
| ε1 |  |  | -5 |

Опорный план не получен, следовательно ε4 – пассивное ограничение.

**3.2**.**Определение π-множества с-методом.**

При подготовке решения для ЛПР интерес будет представлять информация обо всем множестве π-оптимальных (эффективных) решений Dxπ. Графический метод позволяет сформулировать довольно простой подход к определению множества Dxπ. Суть этого подхода в следующем. Решая усеченную задачу линейного программирования, устанавливаем факт существования д-конуса ( Δmax > 0). Поскольку для линейных ЦФ конфигурация д-конуса не зависит от положения его вершины х,, то, помещая ее на границу εi области Dx, решаем усеченную ЗЛП с добавлением εi, соответствующего i-му участку границ Dx. Вырождение д-конуса в точку х, будет признаком π-оптимальности и всех других точек данной грани. С помощью с-метода указанная процедура легко проделывается для пространства любой размерности n. Неудобство указанного метода состоит в том, что потребуется на каждой грани ОДР Dx найти точку х, (по числу граней Dx) сформулировать и решить столько же ЗЛП размера *R*x*n*.

Существенно сократить объем вычислений можно путем выбора вершины д-конуса в *фиксированной точке* х, = (1)n *и в нее же параллельно себе перенести грани, составляющие границы Dx*

Приведенные к точке х, = (1)n приращения δ-r и невязки εi запишутся в виде:

(8)



где черта сверху у δ, ε и Δ означает, что эти *величины приведены к точке* х, = (1)n.

По существу, (8) – ЗЛП размера (R+m)xn (Δ→max), а ее решение позволит найти все грани, составляющие π-множество Dxπ.

Составляем с-таблицу, не учитывая пассивные ограничения, т.е ε1:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Т1 | х1 | х2 | 1 |
| ε2 | -1 | -1 | 2 |
| ε3 | 5 | 1 | -6 |
| ε4 | 1 | -1 | 0 |
| х1 | 1 | 0 | -1 |
| х2 | 0 | 1 | -1 |
| δ1 | 1 | -2 | 1 |
| δ2 | 1 | 1 | -2 |
| δ3 | -1 | 4 | -3 |
| Δ | 1 | 3 | -4 |

В начале решается усеченная ЗЛП (под чертой):

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Т2 | х1 | δ1 | 1 |
| ε1 | -3/2 | 1/2 | 3/2 |
| ε2 | 11/2 | -1/2 | -11/2 |
| ε3 | 1/2 | 1/2 | -1/2 |
| х1 | 1 | 0 | -1 |
| х2 | 1/2 | -1/2 | -1/2 |
| x2 | 1/2 | -1/2 | 1/2 |
| δ2 | 3/2 | -1/2 | -3/2 |
| δ3 | 1 | -2 | -1 |
| Δ | 5/2 | -3/2 | -5/2 |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Т3 | δ3 | δ1 | 1 |
| ε1 | -3/2 | -5/2 | 0 |
| ε2 | 11/2 | 21/2 | 0 |
| ε3 | 1/2 | 3/2 | 0 |
| х1 | 1 | 2 | 0 |
| х2 | 1/2 | 1/2 | 0 |
| x2 | 1/2 | 1/2 | 1 |
| δ2 | 3/2 | 5/2 | 0 |
| x1 | 1 | 2 | 1 |
| Δ | 5/2 | 7/2 | 0 |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Т4 | ε1 | δ1 | 1 |
| δ3 |  |  | 0 |
| x2 |  |  | 1 |
| δ2 |  |  | 0 |
| x1 |  |  | 1 |
| Δ | -5/3 | -2/3 | 0 |

ε1∈ Dxπ, так как Δmax = 0.

Данный метод построения множества Dxπ обладает недостатком, связанным с разрушением области допустимых решений (ОДР) Dxпри переносе ее граней в х,. Действительно, вершины области Dx в преобразованной модели никак не отражены, а именно одна из них может составить π-множество в случае его совпадения с оптимальным решением. Такое совпадение возможно, если все ч-критерии достигают максимум на одной вершине. Физически это значит, что они слабопротиворечивы – угол при вершине д-конуса приближается к 180° (градиенты ч-критериев имеют практически совпадающие направления). Данный случай имеет место, если в π-множество не вошла ни одна из граней ОДР Dx. Следовательно, π-множество совпадает с оптимальным решением. Для определения π-множества решается обычная ЗЛП с одним из ч-критериев. Если при этом получено множество оптимальных решений, то решается ЗЛП с другим ч-критерием. Пересечение оптимальных решений и является π-множеством. Для ЛПР указание на то, что некоторая грань εi  = εiπ ∈ Dxπ π-оптимальна, является только *обобщенной информацией.*

**4.Определение альтернативных вариантов многокритериальной задачи**

Наиболее естественным и разумным решением мк-задачи было бы органическое объединение всех ч-критериев в виде единой ЦФ. Иногда это удается сделать путем создания более общей модели, в которой ч-критерии являются *аргументами* более общей целевой функции, объединяющей в себе все частные цели операции. На практике этого редко удается достигнуть, что, собственно, и является основной причиной появления проблемы многокритериальности. Однако наиболее распространенный подход к решению проблемы пока остается все-таки один: тем или иным путем свести решение мк-задачи к решению однокритериальной задачи. В основе подхода лежит предположение о существовании некой *функции полезности*, объединяющей в себе ч-критерии, но которую в явном виде, как правило, получить не удается. Получение наиболее обоснованной «свертки» ч-критериев является предметом исследований нового научного направления, возникшего в связи с проблемой многокритериальности - *теории полезности*. В данной работе будут рассмотрены некоторые подходы, позволяющие получить варианты решения мк-задач при тех или иных посылках и которые лицо принимающее решение (ЛПР) должно рассматривать как альтернативные при принятии окончательного решения и которые, конечно, должны удовлетворять необходимому условию- π-оптимальности.

## 4.1.Метод гарантированного результата

При любом произвольном решении х ∈ Dx каждый из ч-критериев примет определенное значение и среди них найдется, по крайней мере, один, значение которого будет *наименьшим*:

(9)



Метод гарантированного результата (ГР) позволяет найти такое (гарантированное) решение, при котором значение «наименьшего» критерия станет максимальным. Таким образом, целевая функция (ЦФ) является некоторой сверткой ч-критериев (9), а МЗЛП сводится к задаче КВП (кусочно-выпуклого программирования) при ОДР Dx, заданной линейными ограничениями.

Исходные условия записываем в каноническом виде:

δ1 = х1 - 2х2 - ϕ + 2,

δ2 = х1 + х2 - ϕ + 4,

δ3 = -х1 + 4х2 - ϕ + 20,

ε1 = -х1 - х2 + 15,

ε2 = 5х1 + х2 - 1,

ε3 = x1 - х2 + 5,

потом в виде с-таблицы:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Т1 | х1 | х2 | ϕ | 1 |
| ε1 | -1 | -1 | 0 | 15 |
| ε2 | 5 | 1 | 0 | -1 |
| ε3 | 1 | -1 | 0 | 5 |
| δ1 | 1 | -2 | -1 | 2 |
| δ2 | 1 | 1 | -1 | 4 |
| δ3 | -1 | 4 | -1 | 20 |

Вводя в базис переменную ϕ (δ1 ↔ ϕ), получаем обычную ЗЛП при максимизации ЦФ ϕ.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Т2 | х1 | х2 | δ1 | 1 |
| ε1 | -1 | -1 | 0 | 15 |
| ε2 | 5 | 1 | 0 | -1 |
| ε3 | 1 | -1 | 0 | 5 |
| ϕ | 1 | -2 | -1 | 2 |
| δ2 | 0 | 3 | 1 | 2 |
| δ3 | -2 | 6 | 1 | 18 |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Т3 | δ3 | x2 | δ1 | 1 | bi/ais |
| ε1 | 1/2 | -4 | -1/2 | 6 | 6/4 |
| ε2 | -5/2 | 16 | 5/2 | 44 | - |
| ε3 | -1/2 | 2 | 2 | 14 | - |
| ϕ | -1/2 | 1 | -1/2 | 11 | - |
| δ2 | 0 | 3 | -1 | 2 | - |
| х1 | -1/2 | 3 | 1/2 | 9 | - |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Т4 | δ3 | ε1 | δ1 | 1 |
| x2 |  |  |  | 3/2 |
| ε2 |  |  |  | 68 |
| ε3 |  |  |  | 17 |
| ϕ | -3/8 | -1/4 | -5/8 | 25/2 |
| δ2 |  |  |  | 13/2 |
| х1 |  |  |  | 27/2 |

Решение ЗЛП приводит к конечной с-таблице Т4. Видно, что полученное гарантированное решение х π-оптимально, поскольку введение в базис любой свободной переменной (т.е. ее увеличение) приведет к снижению ϕ - нижнего уровня ч-критериев (∀сj < 0). Из таблицы также видно, что решение х0=(27/2; 3/2) находится на грани ε4, при этом значения ч-критериев равны (находим по формуле ***Lr(xr) = ϕ + δr***):

L1 = L3 = ϕ = 25/2

L2 = ϕ + δ2  = 25/2 + 13/2 = 19

LΣ = 88/2 = 44

x° = ( 27/2; 3/2)

Если бы в строке ϕ имелись нули, то это означало бы, что одну из соответствующих переменных можно ввести в базис (увеличить без снижения уровня ϕ). Это могло бы привести и к увеличению приращения δr  для некоторого ч-критерия, находящегося в базисе.

**4.2.Метод линейной свертки частных критериев**

Линейная свертка ч-критериев получается как х сумма с некоторыми *весовыми коэффициентами* μr:

(9)

где



(10)

Меняя порядок суммирования и вводя обозначения cj и c0, окончательно получим:

(11)

Коэффициенты веса обычно получаются путем опроса экспертов из соответствующей предметной области. Поскольку вектор μ = (μr) – суть вектор-градиент ЦФ Lμ(x), то предполагается, что он указывает направление к экстремуму неизвестной *функции полезности*. Положительная сторона такого подхода – несложность, не всегда компенсирует его серьезный недостаток – потерю физического смысла линейной свертки разнородных ч-критериев. Это затрудняет интерпретацию результатов, поэтому полученное таким путем решение, следует рассматривать только как возможный (альтернативный) вариант решения ЛПР. Для его сравнительного анализа следует привлекать любые другие варианты и, конечно, значения ч-критериев, получаемые при этом. Иногда при получении свертки ч-критериев предварительно *нормируются* каким-нибудь способом.

Наиболее приемлемой линейная свертка ч-критериев может оказаться в том случае, когда ч-критерии *однородны* и имеют единый эквивалент, согласующий их наиболее естественным образом.

На содержательном уровне данная МЗЛП состоит в необходимости принятия такого компромиссного решения (плана выпуска продукции) xk ∈ Dx, которое обеспечит, по возможности, *наибольшую суммарную выручку* L1(x) от реализации произведенной продукции; *наименьший расход ресурсов i-го* вида Lpl (x) (i = 1; m); минимальные налоговые отчисления от прибыли LH(x) (или общей выручки).

Указанные цели носят противоречивый характер, и фактически мы имеем МЗЛП с m+2 –мя ч-критериями (m – количество видов потребляемых ресурсов). ОДР обусловлена ресурсными ограничениями и условиями неотрицательных переменных:

где aij – расход ресурса i-го вида для выпуска 1 единицы продукции j-го вида (j=1,n);

bi – запас ресурса i-го вида;

εi – остаток ресурса i-го вида при плане выпуска x = (xj)n. Ч-критерии однородны, если они могут быть сведены к *единой мере измерения*. В качестве такой меры можно взять денежный эквивалент. Тогда m+2 ч-критерия могут быть с помощью линейной свертки сведены к трем:

общая выручка (руб.):

общая экономия ресурсов (руб.):

налоговые отчисления (руб.):

где cj – выручка от реализации 1 ед. продукции j-го вида (цена); si – стоимость (цена) 1 ед. ресурса i-го вида (i = 1;m); Пj – прибыль от реализации 1 ед. продукции j-го вида (j = 1;n); aj – доля (процент налоговых отчислений от прибыли (выручки).

В заключение заметим, что коэффициенты μr не обязательно должны удовлетворять условию (10), но обязательно должны быть положительными, если все ч-критерии максимизируются.

Перейдем к решению:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Т1 | х1 | х2 | 1 |
| ε1 | -1 | -1 | 15 |
| ε2 | 5 | 1 | -1 |
| ε3 | 1 | -1 | 5 |
| L1 | 1 | -2 | 2 |
| L2 | 1 | 1 | 4 |
| L3 | -1 | 4 | 20 |
| LΣ | 1 | 3 | 26 |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Т2 | ε1 | x2 | 1 |
| x1 | -1 | -1 | 15 |
| ε2 | -5 | -4 | 74 |
| ε3 | -1 | -2 | 20 |
| L1 | -1 | -1 | 17 |
| L2 | -1 | 0 | 19 |
| L3 | 1 | 5 | 5 |
| LΣ | -1 | 2 | 41 |

L1 max = 17

L2 max = 19

L3 = 5

LΣ = 41

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Т3 | ε1 | L1 | 1 |
| x1 |  |  | 28/3 |
| ε2 |  |  | 154/3 |
| ε3 |  |  | 26/3 |
| x2 |  |  | 17/3 |
| L2 |  |  | 19 |
| L3 | -2/3 | -5/3 | 100/3 |
| LΣ | -5/3 | -2/3 | 157/3 |

**5. Составление сводной таблицы.**

Окончательное решение сводится в таблицу, где записываются альтернативные варианты:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Метод | х0 | L1 | L2 | L3 | LΣ |
| Метод гарантированного результата | (27/2 ; 3/2) | 25/2 | 19 | 25/2 | 44 |
| Метод свертки | (28/3;17/3) | 0 | 19 | 33 1/3 | **52 1/3** |
| Оптимизация L1 | (15;0) | **17** | **19** | 5 | 41 |
| Оптимизация  L2, L3 | (28/3;17/3) | 0 | 19 | **33 1/3** | 52 1/3 |
| x∉Dxπ | (5;3) | 1 | 12 | -13 | 0 |