**Роль математических методов в экономическом исследовании**

Реферат для сдачи кандидатского экзамена по философии выполнил: соискатель ученой степени кандидата экономических наук Исламутдинов Вадим Фаруарович

Курганская Государственная сельскохозяйственная академия им. Т.С. Мальцева

Курган-1997

**Введение**

Есть различные точки зрения на процессы, происходящие в нашем обществе в настоящий момент. Но независимо от того как различные политические силы воспринимают эти процессы (как откат назад или как прогресс, движение вперед ), ни одна их них не может отрицать того, что экономические условия жизни стали намного

сложнее. Стало намного труднее принять решение, как касающееся частных интересов, так и общественных. Эти трудности не могли не вызвать волны нового интереса к математическим методам, применяемым в экономике; т.е. к тем методам, которые позволили бы выбрать наилучшую стратегию как на ближайшее будущее, так и на дальнюю перспективу. В то же время многие люди в таких случаях предпочитают обращаться к собственной интуиции, опыту, или же к чему-то сверхественному. Следовательно, необходимо оценить роль математических методов в экономических исследованиях - насколько полно они описывают все возможные решения и предсказывают наилучшее, или даже так: стоит ли их использовать вообще?

По отношению к этому вопросу следует избегать двух крайних мнений: полное отрицание применимости математических методов в экономике и фетишизация, преувеличение той роли, которую математика могут или могли бы сыграть. Оба этих подхода основаны на незнании реального положения вещей, поскольку человек, хотя бы частично знакомый с этим вопросом, никогда не поставит его ребром: да или нет; а будет говорить лишь об удельном весе математических методов во всей системе исследования экономических проблем.

В этом вопросе есть значительный философский аспект, связанный с проблемой истины. Т.е. насколько математические модели экономических систем отражают реальные законы, по которым живет экономика. Полнота этого отражения зависит в некоторой степени и от цели исследования. Для одних целей достаточно минимального уровня соответствия, для других же может потребоваться более детальное описание.

Кроме того математические методы не могут не развиваться, также как и сами экономические системы. Это происходит как вследствие изменений в экономике, так и по внутренней логике развития. При этом необязательно, что новые методы с неизбежностью отбрасывают старые, может происходить взаимопроникновение, включение старых теорий в новые ( в качестве частного случая ).

На развитие и применение математических методов огромное влияние оказало и еще окажет развитие вычислительной техники. Вычислительная техника последних поколений уже позволила на практике применить множество методов, описанных ранее лишь теоретически или на простейших примерах. Кроме всего прочего развитие систем компьютерной обработки, накопления и хранения информации создает новую, весьма обширную информационную базу, которая возможно послужит толчком к созданию новых, ранее неизвестных математических методов поиска и принятия решений.

**1.Проблема универсальной применимости математики**

**1.1. Причины универсальности математики**

Математику можно определить как науку, оперирующую чистыми абстракциями, т.е. объектами, отделёнными от реального мира. Hо еще в древности математика и науки о природе не разделялись. Люди воспринимали числа и операции над ними как законы реального мира. Лишь в Древней Греции впервые возникла идея о том, что числа можно изучать отдельно ( школа Пифагорейцев ). Правда взгляды их на число были почти суеверными. Hо как раз они и открыли первые закономерности, не имеющие аналога в мире вещей, хотя и утаили их от всего мира. Таким образом в Древней Греции были положено начала развития математики как самостоятельной науки.

В Средние Века развитие математики как таковой происходило в основном в Средней Азии. В Европе же шел процесс развития формальной логики внутри церковной схоластики. Это также было позитивным моментом, поскольку применение математики предполагает определённую формализацию знания.

Hачиная с 17 века возможности математики начинают расти. Первоначально развитие математики определялось потребностями изучения и выражения объективных законов. Впоследствии математика стала развиваться подчиняясь также внутренней логике развития и исходя из собственных потребностей. Hо роль математики, как аппарата для выражения объективных законов, нисколько не уменьшилась.

При этом новые закономерности, выведенные чисто математически, позволяют предсказывать свойства, присущие объектам физической природы.

Математика стала широко проникать во все сферы науки, и тут выяснилось, уравнения и выражения, созданные для целей одной науки, зачастую применимы, после определённой подработки, в другой.

В чём же причина такой универсальной применимости математических методов?

По мнению Вигнера универсальность применимости математики следует считать чем-то сверхестественным. Ученые должны просто пользоваться ею, не пытаясь понять причины этого. А саму математику он рассматривает как науку о хитроумных операциях, производимых по специально разработанным правилам над специально придуманными понятиями. Причем новые понятия выводятся для того и так, чтобы над ними можно было произвести какие-нибудь хитроумные операции, которые импонируют человеческому чувству прекрасного сами по себе и по получаемым с их помощью результатам, обладающим большой простотой и общностью.

Hо такой подход ненаучен. Причина такой универсальности математики кроется в высоком уровне абстрагированности математического языка. Уже введение понятия числа было переходом на более высокий уровень абстрагирования. Числа не имеют вкуса, запаха, веса и других эмпирических характеристик, являясь лишь субъективным суждением о количестве какого-либо предмета, явления. В то же время они позволяют определить количественные характеристики и отношения практически любого объекта. Единственная сложность состоит только в выборе единицы измерения. Т.е. измерив объект, выразив его количественно, можно затем отвлечься от его содержания и оперировать полученными данными по всем правилам математического языка. Полученные таким образом результаты можно и нужно проверять эмпирически.

Вообще, язык математики имеет определенные преимущества перед естественными языками. Он минимально избыточен, моносемантичен и содержит в себе правила преобразования. Все это позволяет сравнительно легко оперировать элементами языка: объединять фрагменты в блоки, применять алгоритмы к блокам, а затем развертывать результат через систему подстановок и т.д.

Применение математического языка, в свою очередь требует определённого уровня формализации. Введение единиц измерения – уже частичная формализация. Hо единицы измерения формализуют лишь количественную сторону явлений и процессов, не позволяя создать новые методы для решения новых задач.

Формализация же качественных характеристик объектов происходит двумя путями:

1) создание формализованных аксиоматических систем;

2) алгоритмизация.

Аксиоматическая система - это один из способов построения теории на основе базовых положений ( аксиом ), из которых затем выводится основное содержание теории. Аксиоматические системы в ходе эволюции прошли три этапа, которым соответствуют три типа аксиоматических систем:

а) Содержательные аксиоматические системы - когда на основе основных представлений с помощью интуиции описываются содержательно ясные объекты. Т.е. и объекты и аксиомы имеют свои аналоги в мире вещей. Hа начальных этапах развития науки все теории представляли из себя такие аксиоматические системы. Такие системы не представляют ценности в смысле универсальности их применения.

б) Полуформализованная аксиоматическая система предполагает задание абстрактных объектов, для которых описываются содержательно ясные аксиомы. Такие системы уже в достаточно большой мере универсальны, поскольку зачастую бывает, что сходство начальных условий позволяет применять старую теорию для изучения новых объектов (конечно же с известной долей скептицизма).

в) Полностью формализованные системы. В этом случае изначально задаются и алфавит системы и аксиомы и правила преобразования знаков алфавита, сохраняющие истинность аксиом. Такие системы могут развиваться по своим внутренним законам. Но теории и методы созданные в рамках таких формализованных систем могут найти неожиданное применение в различных отраслях научного знания.

Но главным критерием применимости того или иного метода является проверка результатов исследования на опыте, на практике.

Алгоритмизация, второй вид полной формализации, предполагает создание алгоритмов - единых методов для решения целого ряда задач. При этом метод решения заключается в совершении какой-то последовательности заранее определённых действий. При этом создание алгоритма уже предполагает универсальность. Одно время даже пытались создать единый алгоритм для решения любых задач.

Универсальность алгоритмов имеет определённые ограничения. Во-первых, это их дискретность, т.е. разбивка на шаги, которые нельзя пропускать; во-вторых для ряда задач вообще нет алгоритма решения.

То есть следует заметить, что математика универсальна не абсолютно. При применении математических методов в различных науках наблюдается определенная специфика.

**1.2. Специфика применения математики в разных науках**

Специфика применения математики в различных отраслях науки в значительной мере определяется особенностями процесса познания в этих науках, которые в свою очередь зависят от свойств объекта исследования.

А свойства объекта исследования в свою очередь определяются запретами, которые накладывает на возможные движения этого объекта законы объективной реальности. Отсюда одной из задач науки является сужение множества "мыслимых", или виртуальных движений, выяснение принципов отбора реальных движений из числа возможных. Исходя из этого проблема математического описания материального мира сводится прежде всего к поиску описаний различных механизмов отбора, лежащих в основе причинности всех реальных движений материи [6 (55)].

По Моисееву, описание механизмов отбора - это по существу один из способов изложения естественных наук. Основными принципами отбора в естественных науках являются:

- закон сохранения, отражающий вариационные принципы (принципы экономного достижения цели);

- второй закон термодинамики (о неубываемости энтропии);

- принцип минимума диссипации энергии (принцип, по которому из нескольких разрушительных процессов реализуется наименее разрушающий);

- принцип устойчивости (сохранение лишь устойчивых форм движения).

На основе этих и многих других принципов отбора в естественных науках строятся математические модели феноменологической природы. Но феноменологическая база естествознания постоянно расширяется, что приводит к усложнению и обобщение моделей. Основной путь развития таких моделей - индуктивный, т.е. движение от более простых к более сложным. Но дедуктивный путь не менее важен.

Одним из методов, который позволяет получать классы упрощенных моделей, является так называемый асимптотический метод, или асимптотический анализ [6 (68)].

Таким образом, можно сделать вывод, что система естественнонаучных методов имеет важную особенность. Она состоит в стремлении использовать феноменологию только на микроуровне, охватить по возможности более широкий класс явлений, а затем методами асимптотического анализа получить более простые модели макроуровня, как частные случаи [7 (23)].

При переходе к более сложным уровням организации возникают новые понятия, математические модели приобретают иной характер, усложняется аппарат исследования. Так, при переходе к уровню живой материи неизменно становится сложнее организация, изменяются старые и появляются новые принципы отбора.

В отличие от неживой природы, процессы живой природы не могут быть описаны без применения термина "обратная связь".

Т.е. характер взаимодействий здесь определяется еще одной свободной (независимой) функцией, обычно называемой управлением, выбор которой в той или иной мере произволен, во всяком случае, не следует из законов сохранения (хотя, конечно им не противоречит). При этом выбор этот производится исходя из стремления достичь определенную цель. Для того, чтобы сделать правильный выбор, живому организму нужна соответствующая информация. При этом информация нужна не любая, а только такая, которая позволит либо достичь цели как минимум, либо достичь ее наилучшим образом, как максимум. В этом смысле понятие информации отличается от понятия информации как знания о состоянии системы (на основе понятия энтропии).

Соответственно, для описания биотических процессов необходимо иметь представление о структуре обратных связей, реализуемых функциями поведения. Но аргумент функции поведения - это расстояние до гомеостатической границы существования организма. Значит, первый необходимый шаг любых системных исследований, исследующих математические модели - определение границы гомеостазиса, т.е. критических значений параметров окружающей среды. Второй этап исследования - это определение реакции на отклонения от гомеостатической границы, т.е. определение функций поведения [6 (87)].

Здесь также возможно применение асимптотических методов и агрегирования, но пока еще мало сделано для этого. Это вызвано тем что биотические системы намного более сложные. Например при описании иерархической структуры "стадо - индивид" ученые сталкиваются с проявлением противоречий целого и частей. Интересы цело го здесь далеко не сумма интересов отдельных его частей. Таким образом , чтобы понять природу этого уровня организации материи, необходимо принять во внимание диалектическое единство противоположенностей, порождаемых наличием гомеостазисов и рефлексностью, т.е. действием той системы обратных связей , которая возникает на этом уровне. Через систему конфликтов эти противоречия стимулируют развитие и усложнение (усовершенствование) организации.

Эта внутренняя противоречивость определяет специфическую структуру соответствующей системы моделей и порождает трудности согласования моделей разных уровней, без преодоления которых, однако, невозможно говорить об организации (системности) множества моделей.

При переходе к следующему, общественному уровню организации материи следует отметить, что методы изучения этого уровня несомненно включают все предыдущие методы, поскольку за рамки объективных законов природы выйти нельзя. Но говоря о специфике применения математических методов следует указать на два коренных отличия общественных взаимодействий от биологических.

Во-первых, по мере развития трудовой деятельности человека как социального животного происходит непрерывное усложнение общественной организации, появляется большое разнообразие гомеостатических общностей, усложняются цели, стремления и потому противоречия. Вместе с усложнением инфраструктуры организации все большее число ее отдельных частей приобретает черты организмов и, следовательно, структура обратных связей усложняется.

Во-вторых, при построении модели нельзя не учитывать постепенное развитие интеллекта и, следовательно, способности все большего понимания индивидом последствий его действий, степени их влияния на характер гомеостатической стабильности. Именно благодаря этому реакции теряют свою рефлексность, и при анализе обратных связей становится необходимым учитывать процессы переработки информации и принятия решений.

Люди обладают различным уровнем интеллекта, поэтому их реакции на одинаковые ситуации могут различаться. Кроме этого надо учитывать характер информированности субъекта, особенности процессов принятия решений; т.е. всю логическую цепочку, которая может привести к тем или иным выводам. Все это предъявляет новые требования к применяемым математическим методам.

Схематично специфику применения математических методов в зависимости от отрасли науки можно представить следующим образом: метод математических моделей на уровне организации неживой природы требует главным образом использования законов сохранения и простейших механизмов отбора. На биотическом уровне организации возникает необходимость описание структуры обратной связи рефлексного типа. На уровне общества качественно новой особенностью является необходимость описывать противоречивое единство интересов и целей отдельных организмов, участвующих в том или ином процессе, противоречивое единство связанных между собой, иерархически организованных цепочек организмов [6 (129)].

В экономике такими организмами можно считать отдельных людей, группу людей, организацию, предприятие. Даже экономическую систему отдельной страны можно рассматривать как организм с присущими ему реакциями на различные факторы внешней среды. То есть в зависимости от целей исследования следует выделять экономическую систему какого-либо уровня и рассматривать ее как организм.

При этом в зависимости от выбранного уровня детализации возникают свои особенности применения математических методов, которые и определяют степень применимости того или иного метода, его эффективность.

**2. Особенности экономических задач, решаемых математическими методами**

Экономическая наука, как и любая другая имеет свою специфику. Специфика ее определяется общей спецификой наук о человеке. Все общественные науки изучают самую сложную и высокоорганизованную форму движения - социальную. Как уж упоминалось выше, на этом уровне организации материи приходится учитывать обратную связь между субъектом и внешней средой. При этом связь эта представляет противоречивое единство интересов и целей отдельных организмов, участвующих в том или ином процессе. Экономическая наука изучает большой пласт процессов, как прямо имеющих место между субъектами при обмене различными продуктами, так и имеющих к этому какое-либо отношение. До того, как люди стали обмениваться продуктами своего труда, отношения между ними никак нельзя было назвать экономическими. Возникновение экономических отношений положило начало специализации труда и соответственно, всему социально-экономическому прогрессу.

На современном этапе экономические взаимоотношения между субъектами образуют экономические системы со сложной структурой, большим количеством элементов и связей между ними, которые и являются причиной почти всех особенностей экономических задач.

По Гатаулину основой экономической системы является производство, следовательно экономическую систему можно рассматривать как совокупность управляемой (производство) и управляющей систем. Из этого вытекают следующие особенности:

1) масштабы производства как управляемой системы несравненно больше чем любой технической управляемой системы;

2) производство, как система, постоянно совершенствуется, и управление им включает управление процессами совершенствования;

3) в связи с научно-техническим прогрессом и развитием производительных сил изменяются параметры системы, что обуславливает необходимость исследования новых закономерностей развития производства и их использования в управлении;

4) с усложнением производства повышаются требования к методам сбора, накопления, переработки информации; ее дифференциации по уровням иерархии с учетом существенности с точки зрения принятия управленческих решений;

5) участие человека в производстве как неотъемлемой части производительных сил общества обуславливает необходимость учета комплекса социальных, биотических, экологических и других факторов;

6) участие в сельскохозяйственном производстве биологических систем как средств производства, их существенная зависимость от случайных природных факторов обуславливают вероятностный характер многих производственных процессов, что необходимо учитывать в управлении производством [3 (21)].

Но кроме производственных систем в состав экономических систем входит также сфера обращения и непроизводственная сфера, которые также имеют свою специфику. Она заключается в том, что участие в процессах обращения множества покупателей и продавцов предполагает необходимость учета таких факторов как конкуренция, законы спроса и предложения, а также то, что большинство условий здесь также имеет вероятностный характер.

Из сказанного следует, что экономические задачи, это задачи с большим числом неизвестных, имеющих различные динамические связи и взаимоотношения. То есть экономические задачи многомерны, и даже будучи представлены в форме системы неравенств и уравнений, не могут быть решены обычными математическими методами.

Еще одной характерной чертой планово-экономических и других экономических задач является множественность возможных решений; определенную продукцию можно получить различными способами, по разному выбирая сырье, применяемое оборудование, технологию и организацию производственного процесса [4 (7)]. В то же время для управления требуется по возможности минимальное количество вариантов и желательно наилучшие. Поэтому второй особенностью экономических задач является то, что это задачи экстремальные, что в свою очередь предполагает наличие целевой функции.

Говоря о критериях оптимальности, следует упомянуть, что в ряде случаев может возникнуть ситуация, когда приходится принимать во внимание одновременно ряд показателей эффективности (например, максимум рентабельности и прибыли, товарной продукции, конечной продукции и т.д.). Это связано не только с формальными трудностями выбора и обоснования единственного критерия, но и многоцелевым характером развития систем. В этом случае потребуется несколько целевых функций и соответственно какой-то компромисс между ними.

Близко к многоцелевым задачам лежат задачи с дробно-линейной функцией, когда целевая функция выражается относительными показателями эффективности производства (рентабельность, себестоимость продукции, производительность труда и т.д.)[3 (139)].

Кроме всего вышеизложенного, надо учитывать, что входными величинами производственных систем служат материальные ресурсы (природные, средства производства), трудовые ресурсы, капиталовложения, информационные ресурсы (сведения о ценах, технологии и др.). Из этого следует еще одна особенность экономических задач: наличие ограничений на ресурсы. Т.е. это предполагает выражение экономической задачи в виде системы неравенств.

Случайный характер факторов, влияющих на экономическую систему, предполагает вероятностный (стохастический) характер технико-экономических коэффициентов, коэффициентов целевой функции, что также является особенностью экономических задач.

В то же время нередко встречаются условия, когда зависимости между различными факторами или в целевой функции нелинейны. Например, это имеет место в зависимостях между затратами ресурсов и выходом конечного продукта. Но основная часть таких задач встречается при моделировании рыночного поведения, когда следует учитывать факторы эластичности спроса и предложения, т.е. нелинейный характер изменений этих величин от уровня цен.

При моделировании рыночного поведения кроме нелинейности зависимостей, встречается такая особенность, как требование учитывать поведение конкурентов. Даже советские экономисты признавали, что действие объективных экономических законов осуществляется через деятельность множества хозяйственных подразделений. В то же время, осуществление решения, принятого в одном из этих подразделений, может оказать значительное влияние на те или иные характеристики экономической ситуации, в которой принимают решения остальные подразделения (меняются количество сырья, цены на изделия и др.). Возникает, следовательно, комплекс оптимизационных задач, в каждой из которых какие-то переменные величины зависят от выбранных управлений в других задачах[4 (124)].

Еще одной общей особенностью экономических задач является дискретность (либо объектов планирования, либо целевой функции). Эта целочисленность вытекает из самой природы вещей, предметов, которыми оперирует экономическая наука. Т.е. не может быть дробным число предприятий, число рабочих и т.д. При этом дискретный характер имеют не только объекты планирования, но и временные промежутки, внутри которых осуществляется планирование. Это означает, что при планировании какого-либо действия всегда следует определить, на какой срок оно осуществляется, в какие сроки может быть осуществлено, и когда будут результаты. Таким образом, вводится еще одна дискретная переменная - временная.

Дискретность многих экономических показателей не отделима от неотрицательности значений (реальных предметов или отрезков времени не может быть меньше нуля).

Не следует забывать и о том, что экономическая система - не застывшая, статичная совокупность элементов, а развивающийся, меняющийся под действие внешних и внутренних факторов механизм. При это возникает ситуация, когда решения, принятые раньше, детерминируют частично или полностью решения, принятые позднее.

Таким образом, легко заметить, что экономические задачи, решаемые математическими методами, имеют специфику, определяемую особенностями экономических систем, как более высоких форм движения по сравнению с техническими или биологическими системами. Эти особенности экономических систем сделали недостаточными те математические методы, которые выросли из потребностей других наук. Т.е. потребовался новый математический аппарат, причем не столько более сложный, сколько просто учитывающий особенности экономических систем на базе уже существующих математических методов.

Кроме того, экономические системы развиваются и усложняются сами, изменяется их структура, а иногда и содержание, обусловленное научно-техническим прогрессом. Это делает устаревшими многие методы, применявшиеся ранее, или требует их корректировки. В то же время научно-технический прогресс влияет и на сами математические методы, поскольку появление и усовершенствование электронно-вычислительных машин сделало возможным широкое использование методов, ранее описанных лишь теоретически, или применявшихся лишь для небольших прикладных задач.

**3. Особенности математических методов, применяемых к решению экономических задач**

В экономических исследованиях издавна применялись простейшие математические методы. В хозяйственной жизни широко используются геометрические формулы. Так, площадь участка поля определяется путем перемножения длины на ширину или объем силосной траншеи - перемножением длины на среднюю ширину и глубину. Существует целый ряд формул и таблиц, облегчающих хозяйственным работникам определение тех или иных величин.[5 (52)].

Не стоит и говорить о применении арифметики, алгебры в экономических исследованиях, это уже вопрос о культуре исследования, каждый уважающий себя экономист владеет такими навыками. Особняком здесь стоят так называемые методы оптимизации, чаще называемые как экономико-математические методы.

В 60-е годы нашего столетия развернулась дискуссия о математических методах в экономике. Например, академик Немчинов выделял пять базовых методов исследования при планировании:

1) балансовый метод;

2) метод математического моделирования;

3) векторно-матричный метод;

4) метод экономико-математических множителей (оптимальных общественных оценок);

5) метод последовательного приближения.[9 (153)].

В то же время академик Канторович выделял математические методы в четыре группы:

- макроэкономические модели, куда относил балансовый метод и модели спроса;

- модели взаимодействия экономических подразделений (на основе теории игр);

- линейное моделирование, включая ряд задач, немного отличающихся от классического линейного программирования;

- модели оптимизации, выходящие за пределы линейного моделирования (динамическое, нелинейное, целочисленное, и стохастическое программирование).

И с той, и с другой классификацией можно спорить, поскольку, например модели спроса можно по ряду особенностей отнести к нелинейному программированию, а стохастическое моделирование уходит корнями в теорию игр. Но все это проблемы классификации, которые имеют определенное методологическое значение, но в данном случае не столь важны.

С точки же зрения роли математических методов стоит говорить лишь о широте применения различных методов в реальных процессах планирования.

С этой точки зрения несомненным лидером является метод линейной оптимизации, который был разработан академиком Канторовичем в 30-е годы ХХ-го века. Чаще всего задача линейного программирования применяется при моделировании организации производства. Вот как по Канторовичу выглядит математическая модель организации производства:

В производстве участвуют M различных производственных факторов (ингредиентов) - рабочая сила, сырье, материалы, оборудование, конечные и промежуточные продукты и др. Производство использует S технологических способов производства, причем для каждого из них заданы объемы производимых ингредиентов, рассчитанные на реализацию этого способа с единичной эффективностью, т.е. задан вектор ak = (a1k, a2k,..., amk ), k = 1,2...,S, в котором каждая из компонент aik указывает объем производства соответствующего ( i-го ) ингредиента, если она положительна; и объем его расходования, если она отрицательна ( в способе k ).

Выбор плана означает указание интенсивностей использования различных технологических способов, т.е. план определяется вектором x = (x1, x2,..., xS ) c неотрицательными компонентами [4 (32)].

Обычно на количества выпускаемых и затрачиваемых ингредиентов накладываются ограничения: произвести нужно не менее, чем требуется, а затрачивать не больше, чем имеется. Такие ограничения записываются в виде

s

Σ a ikxk > bi ; i=1,2,...,m. (1)

k=1

Если i > 0, то неравенство означает, что имеется потребность в ингредиенте в размере i, если i < 0,то неравенство означает, что имеется ресурс данного ингредиентов размере - i =¦ i¦. Далее предполагается, что использование каждого способа, связанного с расходом одного из перечисленных ингредиентов или особо выделенного ингредиента в количестве Ck при единичной интенсивности способа k. В качестве целевой функции принимается суммарный расход этого ингредиента в плане.

s

f(x) = Σ ckxk. (2)

k=1

Теперь общая задача линейного программирования может быть представлена в математической форме.

Для заданных чисел aik, ck, и bi найти

s

min Σ ckxk

k=1

при условиях

k > 0, k = 1,2,...,s [1]

s

Σ aikxk > bi, i = 1,2,...,m [2]

k=1

План, удовлетворяющий условиям [1] и [2], является допустимым, а если в нем , кроме того, достигается минимум целевой функции, то этот план оптимальный.[K33]

Задача линейного программирования двойственна, то есть, если прямая задача имеет решение, (вектор x =( x1, x2,..., xk)), то существует и имеет решение обратная задача основанная на транспонировании матрицы прямой задачи. Решением обратной задачи является вектор y = ( y1, y2... ,ym)компоненты которого можно рассматривать как объективно обусловленные оценки ресурсов, т.е. оценки, показывающие ценность ресурса и насколько полно он используется.

На основе объективно обусловленных оценок американским математиком Дж. Данцигом - был разработан симплекс-метод решения задач оптимального программирования. Этот метод весьма широко применяется. Алгоритм его весьма детально проработан, и даже составлены прикладные пакеты программ, которые применяются во многих отраслях планирования.

Метод линейной оптимизации с того момента, как он был разработан Канторовичем, не оставался без изменений, он развивался и продолжает развиваться. Например, формула (2) в современной интерпретации выглядит следующим образом.

Σ aij xj < bi (i ∈ I) (3)

j ∈A1

В чем же отличие?

Во-первых ограничение записывается не больше, либо равно , а меньше, либо равно, что больше соответствует экономическому смыслу правой стороны ограничения (bi - количество ресурсов). У Канторовича же ресурс записывается - bi = ¦bi¦ - т.е. отрицательным числом, что для экономического склада ума неестественно ( как может быть ресурса меньше нуля).

Во-вторых, суммирование производится не по всем способам производства, а лишь по определенному их подмножеству (j ∈ A1),что также соответствует экономическим реалиям, когда по технологическим, или другим причинам не все способы производства участвуют в каком-либо конкретном ограничении.

Аналогично и с ресурсами, в ограничении участвуют не все ресурсы сразу , а какое-то их подмножество (i ∈ I).

Введением подмножеств не ограничилось совершенствование метода линейной оптимизации. Нужды практики заставили разработать еще целый ряд приемов и методов для различных случаев описания реалий хозяйственной практики в виде ограничений. Это такие приемы, как запись ограничений по использованию производственных ресурсов, запись ограничений по гарантированному объему работ или производства продукции, приемы моделирования при неизвестных значениях показателей и многие другие, на которых здесь не стоит останавливаться.

Цель всех этих приемов - дать более развернутую модель какого-либо явления из хозяйственной практики, сэкономив при этом на количестве переменных и ограничений.

Несмотря на широту применения метода линейного программирования, он учитывает лишь три особенности экономических задач - большое количество переменных, ограниченность ресурсов и необходимость целевой функции. Конечно, многие задачи с другими особенностями можно свести к линейной оптимизации, но это не дает нам права упустить из виду другой хорошо разработанный метод математического моделирования - динамическое программирование. По сути, задача динамического программирования является описанием многошаговых процессов принятие решений. Задача динамического программирования можно сформулировать следующим образом : имеется некоторое количество ресурса х, которое можно использовать N различными способами. Если обозначить через хi количество ресурса, используемое i-m способом, то каждому способу сопоставляется функция полезности (хi), выражающая доход от этого способа. Предполагается, что все доходы измеряются в одинаковых единицах и общий доход равен сумме доходов, полученных от использования каждого способа.

Теперь можно поставить задачу в математической форме. Найти

max y1(x1)+ y2(x2)+ ... + yn(xn) (4)

(общий доход от использования ресурсов всеми способами) при условиях:

- выделяемые количества ресурсов неотрицательны;

[1] x1 > 0,..., xN > 0

- общее количество ресурсов равно x .

[2] x1 + x2 + ... + xN = x

Для этого общей задачи могут быть построены рекуррентные

соотношения

ƒ1(x) = max {ϕ1(x1)}, (5)

0 <=X1<= X

ƒk(x) = max {ϕk(xk)+ ƒk-1(x - xk)}. (6)

к = 2,3,..., N,

с помощью которых находится ее решение.

При выводе этих рекуррентных соотношений, по сути, использовался следующий принцип, оптимальная стратегия обладает тем свойством, что по отношению к любому первоначальному состоянию после некоторого этапа решения совокупность последующих решений должна составлять оптимальную стратегию. Этот принцип оптимальности лежит в основе всей концепции динамического программирования. Именно благодаря ему удается при последующих переходах испытывать не все возможные варианты, а лишь оптимальные выходы. Рекуррентные соотношения позволяют заменить чрезвычайно-трудоемкие вычисления максимума по N переменным в исходной задаче решением N задач, в каждой из которых максимум находится лишь по одной переменной.

Таким образом, метод динамического программирования позволяет учесть такую важную особенность экономических задач, как детерминированность более поздних решений от более ранних.

Кроме этих двух, достаточно детально разработанных методов, в экономических исследованиях в последнее время стали применяться множество других методов.

Одним из подходов к решению экономических задач является подход, основанный на применении новой математической дисциплины - теории игр.

Суть этой теории заключается в том, что игрок (участник экономических взаимоотношений) должен выбрать оптимальную стратегию в зависимости от того, какими он представляет действия противников (конкурентов, факторов внешней среды и т.д.). В зависимости от того, насколько игрок осведомлен о возможных действиях противников, игры (а под игрой здесь понимается совокупность правил, тогда сам процесс игры это партия) бывают открытые и закрытые. При открытой игре оптимальной стратегией будет выбор максимального минимума выигрыша (в терминах Моргерштерна - "максимина") из всей совокупности решений, представленных в матричной форме. Соответственно противник будет стремится проиграть лишь минимальный максимум ("минимаск") который в случае игр с нулевой суммой будет равен "максимину". В экономике же чаще встречаются игры с ненулевой суммой, когда выигрывают оба игрока.

Кроме этого в реальной жизни число игроков редко бывает равно всего двум. При большем же числе игроков появляются возможности для кооперативной игры, когда игроки до начала игры могут образовывать коалиции и соответственно влиять на ход игры.

Стратегии игроков не обязательно должны содержать одно решение, может быть так, что для достижения максимального выигрыша потребуется применять смешанную стратегию (когда две или несколько стратегий применяются с какой-то вероятностью). Кроме того в закрытых играх тоже требуется учитывать вероятность того или иного решения противника. Таким образом, в теории игр стало необходимым применение аппарата теории вероятности, который впоследствии нашел свое применение в экономических исследованиях в виде отдельного метода - стохастического моделирования.

Содержание метода стохастического программирования состоит во введении в матрицу задачи или в целевую функцию элементов теории вероятности. В этом случае обычно берется просто среднее значение случайной величины, взятое относительно всех возможных состояний .

В случае не жесткой, или двухэтапной задачи стохастического моделирования появляется возможность корректировки полученного плана после того, как станет известным состояние случайной величины.

Кроме этих методов применяются методы нелинейного, целочисленного программирования и многие другие. Вкратце, сущность метода нелинейного программирования заключается в нахождении или седловинной точки, или общего максимума или минимума функции. Основная сложность здесь в трудности определения, является ли этот максимум общим или локальным. Для целочисленного моделирования основная трудность как раз и заключается в трудности подбора целого значения функции. Общим для применения этих методов на современном этапе является возможность частичного сведения их к задаче линейного моделирования. Возможно, в недалеком будущем будет найдено какое-то оригинальное решение таких задач специфическими методами, более удобными, чем современные методы решения подобных задач (для которых они есть), и более точные, нежели приближенные решения методами линейного программирования.

**Заключение**

Как можно было заключить из вышеизложенного, математические методы имеют большую степень универсальности. Основой этой универсальности является язык математики. Если исследователи различных специальностей часто говорят об одной и той же проблеме совершенно по-разному, видят разные ее особенности, и не могут связать их воедино; то перевод проблемы на математический язык сразу выявляет общие закономерности, и даже может дать уже практически готовое решение, полученное ранее где-то в другой отрасли знаний и для других целей. То есть предпосылкой использования математики является формализация количественных и качественных сторон проблемы.

В то же время на применение математики в различных науках накладывают ограничения объективные законы, присущие той или иной форме движения. Изучение неживой материи стало предпосылкой для создания концепции континуума - непрерывного пространства-времени. Эта концепция стала базой для множества открытий и не теряет своей значимости и теперь. Но концепции непрерывности сопутствовали не только успехи. Одновременно возникла традиционность " непрерывного мышления", трудности преодоления которого мы начинаем понимать только теперь, с появлением и совершенствованием ЭВМ. Хотя еще и раньше детальное исследование неизбежно требовало перехода к дискретному описанию, чем демонстрировало недостаточность и ограниченность континуального мышления.

Тем более континуальное мышление пробуксовывает при попытке описания биологической формы движения, где почти все объекты различны и дискретны. Что уже тогда говорить об экономических системах, в которых дискретность доходит до максимума; когда дискретными являются не только объекты, но и их взаимодействия и даже промежутки времени, для которых надо найти оптимальный план.

То есть имеет смысл говорить о таких особенностях экономических систем, которые требуют принципиально новых методов исследования. В то же время нельзя и отмежевываться от старых, проверенных методов описания. В практике использования формализованного описания огромную роль играет апроксимация реальных и очень сложных режимов и связей относительно более простыми. Поэтому получать информацию с точностью, необходимой для практики, мы можем, оперируя с относительно простыми пространствами о объектами. Это вовсе не ставит под сомнение необходимость дальнейшего совершенствования языка математики.

Перспективными методами исследования в экономике, несомненно, следует считать теорию игр и стохастическое моделирование. Их роль возрастает с совершенствованием электронно-вычислительных машин. Переработка все больших объемов статистической информации позволит выявлять более глубокие вероятностные закономерности экономических явлений. Развитие же такого специфического рода вычислительных систем, как самообучающиеся системы или так называемый "искусственный интеллект" возможно, позволит широко использовать моделирование экономических взаимоотношений с помощью деловых компьютерных игр. Играя, самообучающиеся системы будут приобретать опыт принятия оптимальных решений в самых сложных ситуациях, не теряя при этом преимущества вычислительной техники перед человеком - большой объем памяти, прямой доступ к ней, быстродействие.

**Список литературы**

1. Беллман Р. Динамическое программирование. Пер. с англ. И.М. Андреевой [ и др.]. Под ред. Н.Н. Воробьева. М., Изд. Иностр. лит., 1960. 400 с.

2. Беллман Р., Дрейфус С. Прикладные задачи динамического программирования. Пер. с англ. Н.М. Митрофановой [и др.] Под ред. А.А. Первозванского. М., "Наука", 1965. 458 с.

3. Гатаулин А.М., Гаврилов Г.В., Сорокина Т.M. и др. Математическое моделирование экономических процессов в сельском хозяйстве. - М.,Агропромиздат,1990. 432 c.

4. Канторович Л.В., Горстко А.Б. Оптимальные решения в экономике. М.,"Наука",1972. 232 c.

5. Кравченко Р.Г., Попов И.В., Толпекин С.З. Экономико-математические методы в организации и планировании сельскохозяйственного производства. М., "Колос", 1973. 528с.

6. Моисеев Н.Н. Человек, среда, общество. Проблемы формализованного описания. - М., "Наука", 1982. 240 с.

7. Моисеев Н.Н. Математик задает вопросы.( Приглашение к диалогу). М.,"Знание",1975. 191 с.

8. Нейман Дж., Моргенштерн О. Теория игр и экономическое поведение. Пер. с англ. Под ред. и с доб. Н.Н. Воробьева. М.,"Наука",1970. 707 с.

9. Немчинов В.С. Избранные произведения. Том 3.Экономика и математические методы. М.,"Наука",1967. 490 с.