**МОСКОВСКАЯ АКАДЕМИЯ МВД РОССИИ**

**КАФЕДРА ИНФОРМАТИКИ И МАТЕМАТИКИ**

**РЕФЕРАТ**

***ТЕМА № 19:***

Системный анализ и проблемы принятия решений.

ВЫПОЛНИЛ: Слушатель 3-го курса 311 учебной группы

заочной формы обучения

МА МВД России

лейтенант юстиции

Трофимов А.А.

МОСКВА 2000г.

***ПЛАН РАБОТЫ:***

# 1. СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ.

# 2. АКСИОМАТИКА СИСТЕМНЫХ СВОЙСТВ.

# 3. СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ И ПРОБЛЕМЫ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ.

# 4. ОПЕРАЦИЯ. ЭФФЕКТИВНОСТЬ ОПЕРАЦИИ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОПЕРАЦИИ.

# 5. ОБЩАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ.

# 6. ИССЛЕДОВАНИЯ ОПЕРАЦИИ. ДЕТЕРМИНИРОВАННЫЙ СЛУЧАЙ.

# 7. ОБЩАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЯ ОПЕРАЦИИ. ОПТИМИЗАЦИЯ РЕШЕНИЯ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ.

**СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ И ЕГО ОСНОВНЫЕ СОСТАВЛЯЮЩИЕ:**

**Системный анализ**

* Совокупность методологических средств, обеспечиваю­щих решение сложных проблем политического, социаль­ного, экономического, правового и т. д. характера.
* Системный анализ базируется на ряде прикладных мате­матических дисциплин, в частности на исследовании опе­раций.
* Примерами задач, решаемых с помощью методов ис­следований операций и математического программиро­вания, являются:

1.Разработка высокоэффективных методов управления людьми и техникой.

2.Определение и обоснование целей функционирования системы.

* Исследование операций - наука, вырабатывающая реше­ния **во** всех областях деятельности человека.

Разработка методов использования имеющейся техники, обеспе­чивающей выполнение поставленной задачи с минимальными затратами и с максимальной эффективностью.

**ОСНОВНЫЕ СИСТЕМНЫЕ ПОНЯТИЯ**

**Аксиоматика системных свойств**

Система - совокупность элементов, объединенных общей функциональной средой и целью функционирования.

Функциональная среда системы - характерная для системы совокупность законов, алгоритмов и параметров, по кото­рым осуществляется взаимодействие между элементами системы и функционирование системы в целом.

Элемент системы - условно неделимая, самостоятельно функционирующая часть системы.

Компонент системы - множество относительно однородных элементов, объединенных общими функциями при обеспечении выполнения общих целей развития системы.

Структура системы - совокупность связей, по которым обеспечивается энерго-, массо- и информационный обмен меж­ду элементами системы, определяющий функционирование системы в целом и способы ее взаимодействия с внешней средой.

Примером сложной системы является Министерство внутренних дел, сложной как по своей структуре, так и характеру выполняемых министерством задач: обеспечение безопасности страны и отдельных граждан в совместной деятельности с другими правоохранительными системами страны.

Функциональную среду правоохранительной системы составляют: конституция страны, законодательные акты, УПК и другие нормативные документы. Эти законы определяют возможную динамику взаимосвязей между службами и подразделениями министерства различными документами, не позволяющими данным элементам развиваться во вред целому.

Системное рассмотрение правоохранительных органов позволяет представить каждую систему как подсистему системы более высокого уровня. Тогда специфику каждой из них определяют те ее свойства, которые важны именно с точки зрения функцио­нирования системы более высокого уровня. При этом данные свойства оценивают рассматриваемую подсистему в целом и имеют общий, интегральный по отношению к ней характер. Такие свойства называются системообразующими факторами, или интегральными свойствами системы.

Таким образом, рассматривая любой системный объект, его необходимо выделить как целостное образование, обращая внима­ние, во-первых, на интегральные свойства, важные с точки зрения его специфики как компонента системы следующего (более высокого) уровня. Во-вторых, следует определить составные части рассматриваемого объекта и изучить обобщенную структуру их взаимодействия, характеризующую интегральные свойства.

Системное изучение различных объектов имеет, в частности, научно-организационное значение. В настоящее время выработка управленческих решений, особенно большого масштаба, сама по себе зачастую представляет серьезную научную проблему. Для ее решения применяется ЭВМ.

Системное представление объектов, разделение их на подсистемы, ограничение учитываемых характеристик только интеграль­ными показателями, построение обобщенной структуры объектов и другие аналогичные приемы резко снижают размерность математических моделей, применяемых в прикладных целях. Предварительная системная структуризация объектов и проблем управления - практически единственная возможность конструктивно применить для их решения математические методы с использованием средств вычислительной техники.

В соответствии с законом адаптации реакции системы на внешнее воздействие в первую очередь направлены на то, чтобы уменьшить отрицательные последствия этого воздействия.

**СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ И ПРОБЛЕМЫ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ**

Построение модели интересующего исследователя процесса или явления не всегда возможно. Выработка управленческих решений при невозможности создания, например, динамических, игровых и иных количественных моделей, с помощью которых отрабатыва­лись рациональные и оптимальные элементы управления в самом широком значении этого термина, привела к появлению в рамках системного анализа направления, касающегося принятия решений в условиях так называемого **уникального выбора.**

Процесс **уникального выбора** характеризуется тремя необходимыми условиями: наличием проблемы, требующей разрешения;

наличием лица или группы лиц, принимающих решение; несколькими вариантами, из которых осуществляется выбор. При отсутствии хотя бы одной из этих составляющих процесса выбора нет.

Трудные, нестандартные, по-своему уникальные процессы и явления характеризуются рядом моментов.

Многокритериальный характер наиболее актуальных проблем. Обычно не удается сводить оценку каждой из предложенных альтернатив к какому-либо одному численному показателю, например к определению сил и средств на выполнение правоохранительных мероприятий. Необходимо одновременно оценивать каждую альтернативу по многим показателям.\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Субъективизм оценок качества альтернатив (тем более в многокритериальном случае.

Неопределенность в полноте списка альтернатив. Всегда можно спросить: "А все ли возможные варианты решения были рас­смотрены?" Такого рода трудности делают процесс решения проблем уникального выбора весьма непростым и характеризуемым постоянным повышением "цены ошибки".

**ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ОПЕРАЦИЙ**

**1. ОПЕРАЦИЯ. ЭФФЕКТИВНОСТЬ ОПЕРАЦИИ**

Под операцией мы будем понимать любое мероприятие (или систему действий), объединенное единым замыслом и направленное к достижению определенной цели.

**Примеры операций.**

1. Система мероприятий, направленная к повышению надежнос­ти технического устройства.

2. Отражение воздушного налета средствами ПВО.

3. Размещение заказов на производство оборудования.

4. Разведывательный поиск группы самолетов в тылу противника.

5. Запуск группы искусственных спутников Земли для установле­ния системы телевизионной связи.

6. Система перевозок, обеспечивающая снабжение ряда пунктов определенного вида товарами.

Операция всегда является управляемым мероприятием, т. е. от нас зависит выбрать тем или другим способом какие-то пара­метры, характеризующие способ ее организации. «Организация» здесь понимается в широком смысле слова, включая и выбор технических средств, применяемых в операции. Например, организуя отражение воздушного налета средствами ПВО, мы можем, в зависимости от об­становки, выбирать тип и свойства применяемых технических средств (ракет, установок) или же, при заданных технических средствах, ре­шать только задачу рациональной организации самой процедуры отра­жения нa^eтa (распределение целей между установками, количество ракет, направляемых на каждую цель и т. д.).

Всякий определенный выбор зависящих от нас параметров мы бу­дем называть решением.

Решения могут быть удачными и неудачными, разумными и нера­зумными. Оптимальными называются решения, которые, по тем или иным соображениям, предпочтительнее других.

Основная задача исследования операций—*предварительное коли­чественное обоснование оптимальных решений.*

Заметим, что само принятие решения выходит за рамки исследования операций и относится к компетенции ответственного ли­ца (или группы лиц), которым предоставлено право окончательного вы­бора. При этом выборе ответственные за него лица могут учитывать, наряду с рекомендациями, вытекающими из математического расчета, еще ряд соображений (количественного и качественного характера), которые не были учтены расчетом.

Таким образом, исследование операций не ставит себе задачей полную автоматизацию принятия решений, полное исключение из это­го процесса размышляющего, оценивающего, критикующего челове­ческого сознания. В конечном итоге, решение всегда принимается че­ловеком (или группой лиц); задача исследования операций — подго­товить количественные данные и рекомендации, облегчающие челове­ку принятие решения\*).

\*) Даже в тех случаях, когда принятие решения, казалось бы, полностью авто­матизировано (например, в процессе автоматического управления предприя­тием или космическим кораблем), роль человека не устраняется, ибо, в конеч­ном счете, от него зависит выбор алгоритма, по которому осуществляется управление.

Наряду с основной задачей — обоснованием оптимальных реше­ний — к области исследования операций относятся и другие задачи, такие как

— сравнительная оценка различных вариантов организации опе­рации;

— оценка влияния на результат операции различных параметров (элементов решения и заданных условий);

— исследование так называемых «узких мест», то есть элементов управляемой системы, нарушение работы которых особенно сильно сказывается на успехе операции, и т. д.

Эти «вспомогательные» задачи исследования операций приобре­тают особую важность, когда мы рассматриваем данную операцию не изолированно, а как составной элемент целой системы операций. Так называемый «системный» подход к задачам исследования операций требует учета взаимной зависимости и обусловленности целого ком­плекса мероприятий. Разумеется, в принципе всегда можно объеди­нить систему операций в одну сложную операцию более «высокого по­рядка», но на практике это не всегда удобно (и не всегда желательно), и в ряде случаев целесообразно выделять в качестве «операций» от­дельные элементы системы, а окончательное решение принимать с уче­том роли и места данной операции в системе.

Итак, рассмотрим отдельную операцию О. Размышляя над ор­ганизацией операции, мы стремимся сделать ее наиболее эффективной. Под эффективностью операции разумеется степень ее при­способленности к выполнению стоящей перед ней задачи. Чем лучше организована операция, тем она эффективнее.

Чтобы судить об эффективности операции и сравнивать между со­бой по эффективности различно организованные операции, нужно иметь некоторый численный критерий оценки или пока­затель эффективности (в некоторых руководствах пока­затель эффективности называют «целевой функцией»).

Будем в дальнейшем обозначать показатель эффективности буквой *W.*

Конкретный вид показателя эффективности *W,* которым следует пользоваться при численной оценке эффективности, зависит от спе­цифики рассматриваемой операции, ее целевой направленности, а так­же от задачи исследования, которая может быть поставлена в той или другой форме.

Многие операции выполняются в условиях, содержащих элемент случайности (например, операции, связанные с колебаниями спроса и предложения, с движением народонаселения, заболеваемостью, смертностью, а также все военные операции). В этих случаях исход операции, даже организованной строго определенным образом, не мо­жет быть точно предсказан, остается случайным. Если это так, то в ка­честве показателя эффективности *W* выбирается не просто характерис­тика исхода операции, а ее среднее значение (математическое ожида­ние). Например, если задача операции — получение максимальной прибыли, то в качестве показателя эффективности берется средняя прибыль. В других случаях, когда задачей операции является осуществление вполне определенного события, в качестве показателя эффективности берут вероятность этого события (например, ве­роятность того, что в результате воздушного налета данная группа целей будет поражена).

Правильный выбор показателя эффективности — необходимое условие полезности исследования, применяемого для обоснования ре­шения.

Рассмотрим ряд примеров, в каждом из которых показатель эф­фективности *W* выбран в соответствии с целевой направленностью опе­рации.

**Пример 1.** Рассматривается работа промышленного предприятия под углом зрения его рентабельности, причем проводится ряд мер с целью повышения этой рентабельности Показатель эффективности — прибыль (или средняя прибыль), приносимая предприятием за хозяйственный год

**Пример 2** Группа истребителей поднимается в воздух для перехвата оди­ночного самолета противника Цель операции — сбить самолет. Показатель эф­фективности — вероятность поражения (сбития) самолета

**Пример 3.** Ремонтная мастерская занимается обслуживанием машин; ее рентабельность определяется количеством машин, обслуженных в течение дня. Показатель эффективности — среднее число машин, обслуженных за день («сред­нее» потому, что фактическое число случайно)

**Пример 4.** Группа радиолокационных станций в определенном районе ве­дет наблюдение за воздушным пространством. Задача группы — обнаружить любой самолет, если он появится в районе Показатель эффективности — ве­роятность обнаружения любого самолета, появившегося в районе.

**Пример 5.** Предпринимается ряд мер по повышению надежности электрон­ной цифровой вычислительной машины (ЭЦВМ). Цель операции — уменьшить частоту появления неисправностей («сбоев») ЭЦВМ, или, что равносильно, уве­личить средний промежуток времени между сбоями («наработку на отказ»). По­казатель эффективности — среднее время безотказной работы ЭЦВМ (или сред­нее относительное время исправной работы).

**Пример 6.** Проводится борьба за экономию средств при производстве опре­деленного вида товаров. Показатель эффективности—количество (или среднее количество) сэкономленных средств.

Во всех рассмотренных примерах показатель эффективности, ка­ков бы он ни был, требовалось обратить в максимум («чем больше, тем лучше»). Вообще, это не обязательно: в исследовании операций **часто** пользуются показателями, которые требуется обратить не в максимум, а в минимум («чем меньше, тем лучше»). Например, в примере 4 можно было бы в качестве показателя эффективности взять «вероятность тоге, что появившийся самолет не будет обнаружен» — этот показатель же­лательно сделать как можно меньше. В примере 5 за показатель эф­фективности можно было бы принять «среднее число сбоев за сутки», которое желательно минимизировать. Если оценивается какая-то система, обеспечивающая наведение снаряда на цель, то в качестве по­казателя эффективности можно выбрать среднее значение «промаха» снаряда (расстояния от траектории до центра цели), которое желательно сделать как можно меньше. Наряд средств, выделяемых на выполнение какой-либо задачи, тоже желательно сделать минимальным, равно как и стоимость предпринимаемой системы мероприятий. Таким образом, во многих задачах исследования операций разумное решение должно обеспечивать не максимум, а минимум некоторого показателя.

Очевидно, что случай, когда показатель эффективности *W* надо обратить в минимум, легко сводится к задаче максимизации (для этого достаточно, например, изменить знак величины *W).* Поэтому в даль­нейшем, рассматривая в общем виде задачу исследования операций, мы будем для простоты говорить только о случае, когда *W* требуется об­ратить в м а к с и м у м. Что касается практических конкретных за­дач, то мы будем пользоваться как показателями эффективности, кото­рые требуется максимизировать, так и теми, которые требуется мини­мизировать.

**2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОПЕРАЦИИ**

Для применения количественных методов исследования в любой области всегда требуется построить ту или другую математическую модель явления. Me составляет исключения и исследование опе­раций. При построении математической модели явление (в нашем слу­чае — операция) каким-то образом упрощается, схематизируется; из бесчисленного множества факторов, влияющих на явление, выделяется сравнительно небольшое количество важнейших, и полученная схема описывается с помощью того или другого математического аппарата. В результате устанавливаются количественные связи между условиями операции, параметрами решения и исходом операции — показателем эффективности (или показателями, если их в данной задаче несколько).

Чем удачнее подобрана математическая модель, тем лучше она отражает характерные черты явления, тем успешнее будет исследова­ние и полезнее — вытекающие из него рекомендации.

Общих способов построения математических моделей не сущест­вует. В каждом конкретном случае модель строится, исходя из целевой направленности операции и задачи научного исследования, с учетом требуемой точности решения, а также точности, с какой могут быть известны исходные данные.

Требования к модели противоречивы. С одной стороны, она долж­на быть достаточно полной, т. е. в ней должны быть учтены все важные факторы, от которых существенно зависит исход операции. С дру­гой стороны, модель должна быть достаточно простой для того, чтобы можно было установить обозримые (желательно— аналитические) зависимости между входящими в нее параметрами. Модель не должна быть «засорена» множеством мелких, второстепенных факторов — их учет усложняет математический анализ и делает результаты исследо­вания трудно обозримыми.

Одним словом, искусство составлять математические модели есть именно искусство, и опыт в этом деле приобретается постепенно. Две опасности всегда подстерегают составителя модели: первая - утонуть в подробностях («из-за деревьев не увидеть леса»); вторая - слишком огрубить явление («выплеснуть из ванны вместе с водой и ре­бенка»). В сложных случаях, когда построение модели вызывает наи­большее сомнение, полезным оказывается своеобразный «спор моделей», когда одно и то же явление исследуется на нескольких моделях. Если научные выводы и рекомендации от модели к модели меняются мало, это — серьезный аргумент в пользу объективности исследования. Характерным для сложных задач исследования операций являет­ся также повторное обращение к модели: после того, как первый цикл исследований выполнен, возвращаются снова к модели и вносят в нее необходимые коррективы.

Построение математической модели — наиболее важная и ответственная часть исследования, требующая глубоких знаний не только и не столько в математике, сколько в существе моделируемых явлений. Однако раз созданная удачная модель может найти применение и далеко за пределами того круга явлений, для которого она перво­начально создавалась. Так, например, математические модели массо­вого обслуживания нашли широкое применение в целом ряде облас­тей, далеких, с первого взгляда, от массового обслуживания (надеж­ность технических устройств, организация автоматизированного про­изводства, задачи ПВО и др.). Математические модели, первоначаль­но предназначенные для описания динамики развития биологических популяций, находят широкое применение при описании боевых дейст­вий и наоборот — боевые модели с успехом применяются в биологии.

Математические модели, применяемые в настоящее время в зада­чах исследования операций, можно грубо подразделить на два класса:

*а н а л и т и ч е с к и е и с т а т и с т и ч е с к и е.*

Для первых характерно установление формульных, аналитиче­ских зависимостей между параметрами задачи, записанных в любом виде: алгебраические уравнения, обыкновенные дифференциальные уравнения, уравнения с частными производными и т. д. Чтобы такое аналитическое описание операции было возможно, как правило, нужно принять те или иные допущения или упрощения. С помощью аналити­ческих моделей удается с удовлетворительной точностью описать только сравнительно простые операции, где число взаимодействующих элементов не слишком велико. В операциях же большого масштаба, сложных, в которых переплетается действие огромного количества факторов, в том числе и случайных, на первый план выходит метод статистического моделирования. Он состоит в том, что процесс развития операции как бы «копируется» на вычислительной машине, со всеми сопровождающими его случайностями. Всякий раз, когда в ход опе­рации вмешивается какой-либо случайный фактор, его влияние учи­тывается посредством «розыгрыша», напоминающего бросание жребия. В результате многократного повторения такой процедуры удается по­лучить интересующие нас характеристики исхода операции с любой степенью точности.

Статистические модели имеют перед аналитическими то преиму­щество, что они позволяют учесть большее число факторов и не требуют грубых упрощений и допущений. Зато результаты статистического моделирования труднее поддаются анализу и осмыслению. Более гру­бые аналитические модели описывают явление лишь приближенно, зато результаты более наглядны и отчетливее отражают присущие яв­лению основные закономерности. Наилучшие результаты получаются при совместном применении аналитических и статистических моделей:

простая аналитическая модель позволяет вчерне разобраться в основ­ных закономерностях явления, наметить главные его контуры, а лю­бое дальнейшее уточнение может быть получено статистическим моде­лированием.

**3. ОБЩАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ**

**ИССЛЕДОВАНИЯ ОПЕРАЦИИ. ДЕТЕРМИНИРОВАННЫЙ СЛУЧАЙ**

Рассмотрим задачу исследования операций в общей постановке, безотносительно к виду и цели операции.

Пусть имеется некоторая операция *0*, т. е. управляемое меро­приятие, на исход которого мы можем в какой-то мере влиять, выбирая тем или другим способом зависящие от нас параметры. Эффективность операции характеризуется каким-то численным критерием или пока­зателем *W,* который требуется обратить в максимум (случай, когда его требуется обратить в минимум, сводится к предыдущему и отдельно не рассматривается).

Предположим, что тем или иным способом математическая модель операции построена; она позволяет вычислить показатель эффектив­ности *W* при любом принятом решении, для любой совокупности условий, в которых выполняется операция.

Рассмотрим сначала наиболее простой случай: все факторы, от которых зависит успех операции, делятся на две группы:

— заданные, заранее известные факторы (условия проведения опе­рации*) а1, а2*..., на которые мы влиять не можем;

— зависящие от нас факторы (элементы решения) *х1, х2, ...,* которые мы, в известных пределах, можем выбирать по своему усмотрению.

Этот случай, в котором факторы, влияющие на исход операции, либо заранее известны, либо зависят от нас, мы будем называть детерминированным.

Заметим, что под «заданными условиями» операции *а1,а2* ... мо­гут пониматься не только обычные числа, но и функции, в частности— ограничения, наложенные на элементы решения. Равным об­разом, элементы решения *х1, х2,* ... также могут быть не только числа­ми, но и функциями.

Показатель эффективности *W* зависит от обеих групп факторов:

как от заданных условий, так и от элементов решения. Запишем эту зависимость в виде общей символической формулы:

*W=W(a1, а2,... х1, х2*,...). (3.1)

Так как математическая модель построена, будем считать, что за­висимость (3.1) нам известна, и для любых *а1, а2 ...; х1, х2, ...* мы мо­жем найти *W.*

Тогда задачу исследования операций можно математически сфор­мулировать так:

*При заданных условиях а1, а2, ... найти такие элементы решения х1, х2,* ..., *которые обращают показатель W в максимум.*

Перед нами — типично математическая задача, относящаяся к классу так называемых вариационных задач. Методы решения таких задач подробно разработаны в математике. Простейшие из этих методов («задачи на максимум и минимум») хорошо известны каждому инженеру. Для нахождения максимума или минимума (коро­че, экстремума) функции нужно продифференцировать ее по аргу­менту (или аргументам, если их несколько), приравнять производные нулю и решить полученную систему уравнений.

Однако, этот простой метод в задачах исследования операций имеет ограниченное применение. Причин этому несколько.

1. Когда аргументов *х1, х2, ...* много (а это типично для задач ис­следования операций), совместное решение системы уравнений, полу­ченных дифференцированием основной зависимости, зачастую оказы­вается не проще, а сложнее, чем непосредственный поиск экстремума.

2. В случае, когда на элементы решения *х1, х2, ...* наложены огра­ничения (т. е., область их изменения ограничена), часто экстремум на­блюдается не в точке, где производные обращаются в нуль, а на границе области возможных решений. Возникает специфическая для исследования операций математическая задача «поиска экстре­мума при наличии ограничений», не укладывающаяся в схему класси­ческих вариационных методов.

3. Наконец, производных, о которых идет речь, может вовсе не существовать, например, если аргументы *х1*, *х2, ...* изменяются не не­прерывно, а дискретно, или же сама функция *W* имеет особенности.

Общих математических методов нахождения экстремумов функций любого вида при наличии произвольных ограничений не существует. Однако для случаев, когда функция и ограничения обладают опреде­ленными свойствами, современная математика предлагает ряд Спе­циальных методов. Например, если показатель эффективности *W* зави­сит от элементов решения *х1, х2, ...* линейной ограничения, на­ложенные на *х1*, *х2, ...,* также имеют вид линейных равенств (или неравенств), максимум функции *W* находится с помощью специального аппарата, так называемого линейного программирова­ния. Если эти функции обладают другими свойствами (на­пример, выпуклы или квадратичны), применяется аппарат «выпуклого» или «квадратичного» программирования, более сложный по сравне­нию с линейным программированием, но все же позволяющий в прием­лемые сроки найти решение. Если операция естественным образом расчленяется на ряд «шагов» или «этапов» (например, хозяйственных лет), а показатель эффективности *W* выражается в виде суммы показа­телей *Wi,* достигнутых за отдельные этапы, для нахождения решения, обеспечивающего максимальную эффективность, может быть применен метод динамического программирования.

Если операция описывается обыкновенными дифференциальными уравнениями, а управление, меняющееся со временем, представляет собой некоторую функцию *x(f), то* для нахождения оптимального уп­равления может оказаться полезным специально разработанный метод Л. С. Понтрягина.

Таким образом, в рассматриваемом детерминированном случае задача отыскания оптимального решения сводится к математической задаче отыскания экстремума функции *W;* эта задача может быть весь­ма сложной (особенно при многих аргументах), но, в конце концов, является вычислительной задачей, которую, особенно при наличии быстродействующих ЭЦВМ, удается, так или иначе, решить до конца. Трудности, возникающие при этом, являются расчетными, а не прин­ципиальными.

**4. ОБЩАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЯ ОПЕРАЦИИ. ОПТИМИЗАЦИЯ РЕШЕНИЯ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ**

В предыдущем параграфе мы рассмотрели самый простой, пол­ностью детерминированный случай, когда все условия операции *а1, а2*, ... известны, и любой выбор решения *х1, х2*,... приводит к впол­не определенному значению показателя эффективности *W.*

К сожалению, этот простейший случай не так уж часто встре­чается на практике. Гораздо более типичен случай, когда не все условия, в которых будет проводиться операция, известны зара­нее, а некоторые из них содержат элемент неопределенности. Напри­мер, успех операции может зависеть от метеорологических условий, которые заранее неизвестны, или от колебаний спроса и предложения, заранее трудно предвидимых, связанных с капризами моды, или же от поведения разумного противника, действия которого заранее неиз­вестны.

В подобных случаях эффективность операции зависит уже не от двух, а от трех категорий факторов:

— условия выполнения операции *а1, а2,* ..., которые известны за­ранее и изменены быть не могут;

— неизвестные условия или факторы *Y1, Y2, ... ;*

*—* элементы решения *х1, х2, ...,* которые нам предстоит выбрать. Пусть эффективность операции характеризуется некоторым пока­зателем *W,* зависящим от всех трех групп факторов. Это мы запишем в виде общей формулы:

*W=W(a1, а2,...; Y1, Y2,...; х1, х2,...).*

Если бы условия *Y1,* У2, ... были известны, мы могли бы заранее подсчитать показатель *W* и выбрать такое решение *х1, х2, ...,* при кото­ром он максимизируется. Беда в том, что параметры *Y1,Y2, ...* нам не­известны, а значит, неизвестен и зависящий от них показатель эффек­тивности *W* при любом решении. Тем не менее задача выбора решения по-прежнему стоит перед нами. Ее можно сформулировать так:

*При заданных условиях* *а1, а2*,**…*,*** *с учетом неизвестных факторов Y1, y2, ... найти такие элементы решения х1, х2, ..., которые по воз­можности обращали бы в максимум показатель эффективности W.*

Это — уже другая, не чисто математическая задача (недаром в ее формулировке сделана оговорка «по возможности»). Наличие неизвест­ных факторов Y1, Y2, ... переводит нашу задачу в другую категорию' она превращается в *задачу о выборе решения в условиях неопределен­ности.*

Давайте будем честны: неопределенность есть неопределенность. Если условия выполнения операции неизвестны, мы не имеем возмож­ности, так же успешно организовать ее, как мы это сделали бы, если бы располагали большей информацией. Поэтому любое решение, принятое в условиях неопределенности, хуже решения, принятого во вполне определенной ситуации. Наше дело — сообщить своему решению в наи­большей возможной мере черты разумности. Решение, принятое в ус­ловиях неопределенности, но на основе математических расчетов, бу­дет все же лучше решения, выбранного наобум. Недаром один из вид­ных зарубежных специалистов — Т. Л. Саати в книге «Математичес­кие методы исследования операций» дает своему предмету следую­щее ироническое определение:

«Исследование операций представляет собой искусство давать плохие ответы на те практические вопросы, на которые даются еще худшие ответы другими методами».

Задачи о выборе решения в условиях неопределенности встречают­ся нам в жизни на каждом шагу. Пусть, например, мы собрались ехать в отпуск, взяв с собой чемодан ограниченного объема, причем вес че­модана не должен превышать того, при котором мы можем носить его без посторонней помощи (условия а1, а2, ...). Погода в районах путе­шествия заранее неизвестна (условия *Y1, Y2, ...).* Спрашивается, ка­кие предметы одежды (*х1,* *х2, ...)* следует взять с собой?

Эту задачу мы, разумеется, решаем без всякого математического аппарата, хотя, по-видимому, не без опоры на какие-то численные дан­ные (хотя бы на вероятности морозной или дождливой погоды в районах путешествия в данное время года). Однако, если нужно принять более серьезное и ответственное решение (например, о характеристиках проектируемой плотины в районе возможных паводков, или о выборе типа посадочного устройства для посадки на планету с неизвестными свойствами поверхности, или о выборе образца вооружения для борьбы с противником, характеристики которого заранее неизвестны), то выбору решения в обязательном порядке должны быть предпосланы математические расчеты, облегчающие этот выбор и сообщающие ему, в доступной мере, черты разумности.

Применяемые при этом методы существенно зависят от того, ка­кова природа неизвестных факторов *Y1, Y2,…*и какими ориентиро­вочными сведениями о них мы располагаем.

Наиболее простым и благоприятным для расчетов является слу­чай, когда неизвестные факторы *Y1, Y2,…*представляют собой слу­чайные величины (или же случайные функции), о которых имеются статистические данные, характеризующие их распределение.

Пусть, например, мы рассматриваем работу железнодорожной сортировочной станции, стремясь оптимизировать процесс обслужива­ния прибывающих на эту станцию грузовых поездов. Заранее неизвест­ны ни точные моменты прибытия поездов, ни количество вагонов в каж­дом поезде, ни адреса, по которым направляются вагоны. Все эти ха­рактеристики представляют собой случайные величины, закон распределения каждой из которых (и их совокупности) может быть определен по имеющимся данным обычными методами математи­ческой статистики.

Аналогично, в каждой военной операции присутствуют случай­ные факторы, связанные с рассеиванием снарядов, со случайностью моментов обнаружения целей и т. п. В принципе все эти факторы могут быть изучены методами теории вероятностей, и для них могут быть по­лучены законы распределения (или, по крайней мере, числовые харак­теристики).

В случае, когда неизвестные факторы, фигурирующие в опера­ции — *Y1, Y2,…. —* являются обычными случайными величинами (или случайными функциями), распределение которых, хотя бы ориен­тировочно, известно, для оптимизации решения может быть применен один из двух приемов:

— искусственное сведение к детерминированной схеме;

— «оптимизация в среднем».

Остановимся более подробно на каждом из этих приемов. *Первый прием* сводится к тому, что неопределенная, вероятност­ная картина явления приближенно заменяется детерминированной. Для этого все участвующие в задаче случайные факторы *Y1, Y2,…*. приближенно заменяются не случайными (как правило, их математи­ческими ожиданиями).

Этот прием применяется по преимуществу в грубых, ориентиро­вочных расчетах, когда диапазон случайных изменений величин *Y1, Y2,…*. сравнительно мал, т. е. они без большой натяжки могут рас­сматриваться как не случайные. Заметим, что тот же прием замены случайных величин их математическими ожиданиями может успешно применяться и в случаях, когда величины *Y1, Y2,….* обладают боль­шим разбросом, но показатель эффективности *W* зависит от них ли­нейно (или почти линейно).

*Второй прием* («оптимизация в среднем»), более сложный, при­меняется, когда случайность величин *Y1, Y2,…*. весьма существенна и замена каждой из них ее математическим ожиданием может привес­ти к большим ошибкам.

Рассмотрим этот случай более подробно. Пусть показатель эф­фективности *W* существенно зависит от случайных факторов (будем для простоты считать их случайными величинами) *Y1, Y2,….;* допус­тим, что нам известно распределение этих факторов, скажем, плот­ность распределения *f (Y1, Y2,…).* Предположим, что операция выпол­няется много раз, причем условия *Y1, Y2,…* меняются от раза к разу случайным образом. Какое решение *х1, х2,...* следует выбрать? Очевидно, то, при котором операция в среднем будет наиболее эффективна, т. е. математическое ожидание показателя эффектив­ности *W* будет максимально. Таким образом, нужно выбирать такое решение *X1,* *Х2, ... ,* при котором обращается в максимум математиче­ское ожидание показателя эффективности:

*W=M[W}==*

*== …. W(a1, a2,…; y1,y2,…; x1,x2…) (y1,y2,...) dy1dy2….*

Такую оптимизацию мы будем называть «оптимизацией в сред­нем».

А как же с элементом неопределенности? Конечно, в какой-то ме­ре он сохраняется. Успешность каждой отдельной операции, осущест­вляемой при случайных, заранее неизвестных значениях *Y1, Y2,…* может сильно отличаться от ожидаемой средней, как в большую, так, к сожалению, и в меньшую сторону. При многократном осуществлении операции эти различия, в среднем, сглаживаются; однако, нередко данный способ оптимизации решения, за неимением лучшего, применяется и тогда, когда операция осуществляется всего несколько раз или даже один раз. Тогда надо считаться с возможностью неприят­ных неожиданностей в каждом отдельном случае. Утешением нам мо­жет служить мысль о том, что «оптимизация в среднем» все же лучше, чем выбор решения без всяких обоснований. Применяя этот прием к многочисленным (хотя бы и различным) операциям, все же мы в сред­нем выигрываем больше, чем если бы совсем не пользовались расчетом.

Для того, чтобы составить себе представление о том, чем мы рис­куем в каждом отдельном случае, желательно, кроме математическо­го ожидания показателя эффективности, оценивать также и его дис­персию (или среднее квадратическое отклонение).

Наиболее трудным для исследования является тот случай неопре­деленности, когда неизвестные факторы *Y1, Y2,…* не могут быть изу­чены и описаны с помощью статистических методов: их законы распре­деления или не могут быть получены (соответствующие статистические данные отсутствуют), или, что еще хуже, таких законов распределения вовсе не существует. Это бывает, когда явление, о котором идет речь, не обладает свойством статистической устойчивости. Например, мы знаем, что на Марсе возможно наличие органической жизни, и некото­рые ученые даже считают его весьма вероятным, но совершенно невоз­можно подсчитать эту вероятность на основе каких-либо статистичес­ких данных. Другой пример: предположим, что эффективность проек­тируемого вооружения сильно зависит от того, будет ли предполагае­мый противник к моменту начала боевых действий располагать сред­ствами защиты, и если да, то какими именно? Очевидно, нет никакой возможности подсчитать вероятности этих гипотез — самое большее, их можно назначить произвольно, что сильно повредит объективности исследования.

В подобных случаях, вместо произвольного и субъективного на­значения вероятностей с дальнейшей «оптимизацией в среднем», ре­комендуется рассмотреть весь диапазон возможных условий *Y1, Y2,…* и составить представление о том, какова эффективность операции в этом диапазоне и как на нее влияют неизвестные условия. При этом задача исследования операций приобретает новые методологические особен­ности.

Действительно, рассмотрим случай, когда эффективность опера­ции *W* зависит, помимо заданных условий а1,a2, ... и элементов реше­ния *х1, х2,…*, еще и от ряда неизвестных факторов *Y1, Y2,…* нестати­стической природы, о которых никаких определенных сведений нет, а можно делать только предположения. Попробуем все же решить за­дачу. Зафиксируем мысленно параметры *Y1, Y2,…,* придадим им вполне определенные значения *Y1=у1, Y2=у2,...,* и переведем тем самым в категорию заданных условий а1, а2, .... Для этих усло­вий мы в принципе можем решить задачу исследования операций и найти соответствующее оптимальное решение х1, *х2,* ... Его элементы, кроме заданных условий *а1, а2,* ..., очевидно, будут зависеть еще и от того, какие частные значения мы придали условиям *Y1, Y2,…*:

*х1=х1(а1, а2,…; у1, у2,…);*

*х2=х2(а1, а2,…; у1, у2,…).*

Такое решение, оптимальное для данной совокупности условий *у1, у2*,… (и только для нее), называется *локально-оптимальным.* Это решение, как правило, уже не оптимально для других значений *Y1, Y2,….*Совокупность локально-оптимальных решений для всего диа­пазона условий *Y1, Y2,…*  дает нам представление о том, как мы дол­жны были бы поступать, если бы неизвестные условия *Y1, Y2,…*были нам в точности известны. Поэтому локально-оптимальное реше­ние, на получение которого зачастую тратится много усилий, имеет в случае неопределенности сугубо ограниченную ценность. Совершен­но очевидно, что в данном случае следует предпочесть не решение, строго оптимальное для каких-то определенных условий, а ком­промиссное решение, которое, не будучи, может быть, стро­го оптимальным ни для каких условий, оказывается приемлемым в целом диапазоне условий.

В настоящее время полноценной математической «теории компро­мисса» еще не существует, хотя в теории решений и имеются некоторые попытки в этом направлении. Обычно окончательный выбор компромиссного решения осуществ­ляется человеком, который, опираясь на расчеты, может оценить и со­поставить сильные и слабые стороны каждого варианта решения в раз­ных условиях и на основе этого сделать окончательный выбор. При этом необязательно (хотя иногда и любопытно) знать точный локаль­ный оптимум для каждой совокупности условий *у1, у2*, …. Таким об­разом, классические вариационные и новейшие оптимизационные ме­тоды математики отступают в данном случае на задний план.

В последнюю очередь рассмотрим своеобразный случай, возни­кающий в так называемых конфликтных ситуациях, когда неизвестные параметры *Y1, Y2,…* зависят не от объективных обстоятельств, а от активно противодействующего нам против­ника. Такие ситуации характерны для боевых действий, отчасти для спортивных соревнований, в капиталистическом обществе — для конкурентной борьбы и т. д.

При выборе решений в подобных случаях может оказаться по­лезным математический аппарат так называемой теории игр — математической теории конфликтных ситуаций. Модели конфликтных ситуаций, изучаемые в теории игр, основаны на пред­положении, что мы имеем дело с разумным и дальновидным противни­ком, всегда выбирающим свое поведение наихудшим для нас (и наилуч­шим для себя) способом. Такая идеализация конфликтной ситуации в некоторых случаях может подсказать нам наименее рискованное, «перестраховочное» решение, которое необязательно принимать, но, во всяком случае, полезно иметь в виду.

Наконец, сделаем одно общее замечание. При обосновании реше­ния в условиях неопределенности, что бы мы ни делали, элемент не­определенности остается. Поэтому неразумно предъявлять к точности таких решений слишком высокие требования. Вместо того, чтобы пос­ле скрупулезных расчетов однозначно указать одно-единственное, в точности оптимальное (в каком-то смысле) решение, всегда лучше вы­делить область приемлемых решений, которые оказываются несущественно хуже других, какой бы точкой зрения мы ни пользо­вались. В пределах этой области могут произвести свой окончатель­ный выбор ответственные за него лица.

**СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ:**

1. **Основы информатики и математики для юристов Д.Ф Богатов, Ф.Г. Богатов Москва 2000г.**
2. **Исследование операций Е. С. Веннтцель Москва 1972г.**
3. **Лекции МА МВД России 2000г.**