**СТАТИСТИЧЕСКОЕ ИЗУЧЕНИЕ ДИНАМИКИ СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ ЯВЛЕНИЙ**

**ПОНЯТИЕ И КЛАССИФИКАЦИЯ РЯДОВ ДИНАМИКИ**

Процесс развития, движения социально-экономических явле­ний во времени в статистике принято называть **динамикой**. Для отображения динамики строят **ряды динамики** (хронологичес­кие, временные), которые представляют собой ряды изменяющих­ся во времени значений статистического показателя, расположен­ных в хронологическом порядке. В нем процесс экономического развития изображается в виде совокупности дискретных значений , отражающих изменение параметров экономической системы во времени.

Составными элементами ряда динамики являются показатели уровней ряда и периоды времени (годы, кварталы, месяцы, сут­ки) или моменты (даты) времени.

Уровни ряда обычно обозначаются через «у», моменты или периоды времени, к которым относятся уровни, - через «t».

Существуют различные виды рядов динамики. Их можно классифицировать по следующим признакам.

**1. В зависимости от способа выражения уровней ряды динамики подразделяются на ряды абсолютных, относитель­ных и средних величин.**

**2. В зависимости от того, как выражают уровни ряда со­стояние явления на определенные моменты времени (на начало месяца, квартала, года и т. п.) или его величину за определенные интервалы времени (например, за сутки, ме­сяц, год и т. п.), различают соответственно моментные и интервальные ряды динамики.**

Уровни интервального ряда динамики абсолютных величин характеризуют собой суммарный итог какого-либо явления за определенный отрезок времени. Они зависят от продолжитель­ности этого периода времени, и поэтому их можно суммировать как не содержащие повторного счета.

Отдельные же уровни моментного ряда динамики абсолют­ных величин содержат элементы повторного счета, например, число вкладов населения, учитываемых за январь, существует и в настоящее время, являясь единицами совокупности и в любом другом месяце.

**3. В зависимости от расстояния между уровнями ряды динамики подразделяются на ряды динамики с равноот­стоящими уровнями и неравноотстоящими уровнями во времени.** Ряды динамики следующих друг за другом перио­дов или следующих через определенные промежутки дат на­зываются равноотстоящими (пример о числе вкладов в Сбербанк РФ за январь — июнь 1997 г.). Если же в рядах да­ются прерывающиеся периоды или неравномерные промежут­ки между датами, то ряды называются неравноотстоящими (пример в табл. 1).

**4. В зависимости от наличия основной тенденции изучае­мого процесса ряды динамики подразделяются на стационар­ные и нестационарные.**

Если математическое ожидание значения признака и диспер­сия (основные характеристики случайного процесса) постоянны, не зависят от времени, то процесс считается стационарным и ряды динамики также называются стационарными. Экономические процессы во времени обычно не являются стационарными, так как содержат основную тенденцию развития, но их можно пре­образовать в стационарные путем исключения тенденций.

СОПОСТАВИМОСТЬ УРОВНЕЙ И СМЫКАНИЕ РЯДОВ ДИНАМИКИ

Основным условием правильного построения ряда динами­ки является сопоставимость всех входящих в него уровней. Дан­ное условие решается либо в процессе сбора и обработки дан­ных, либо путем их пересчета.

Основные причины несопоставимости уровней ряда динамики.

Несопоставимость уровней ряда может возникнуть вследствие изменения единиц измерения или единиц счета. Нельзя, напри­мер, сравнивать и анализировать цифры о производстве тканей, если за одни годы цифры даны в погонных метрах, а за другие -в квадратных метрах.

Одним из приемов достижения сопоставимости является **«смыкание рядов динамики».** Под смыканием пони­мают объединение в один ряд (более длинный) двух или несколь­ких рядов динамики, уровни которых исчислены по разной методологии или разным территориальным границам. Для осу­ществления смыкания необходимо, чтобы для одного из

перио­дов (переходного) имелись данные, исчисленные по разной ме­тодологии

Динамика объема продукции

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1991 | 1992 | 1993 | 1994 | 1995 | 1996 | 1997 | 1998 |
| Объем продукции,  млн руб.:  по старой методике  по новой методике | 19,1  — | 19,7  — | 20,0  - | 21,2  22,8 | —  23,6 | —  24,5 | -  26,2 | —  28,1 |
| Сомкнутый (сопоста­  вимый) ряд абсолют­  ных величин, млн руб. | 21,0 | 21,7 | 22,0 | 22,8 | 23,6 | 24,5 | 26,2 | 28,1 |
| Сопоставимый ряд  относительных  величин, в % к 1994 г. | 90,1 | 92,9 | 94,3 | 100,0 | 103,5 | 107,5 | 114,9 | 123,2 |

Для этого на основе данных об объеме продукции по новой и старой методике находим соотношение между ними: 22,8 : 21,2 = 1,1. Умножая на полученный коэффициент данные, приводим их таким образом в сопоставимый вид с последующи­ми уровнями.

Другой способ смыкания рядов динамики заключается в том, что уровни года, в котором произошли изменения , как до изменений, так и после изменений (в старой и новой методике, т. е. 21,2 и 22,8) принимаются за 100%, а остальные пересчитываются в процентах по отношению к этим уровням соответственно (в старых ценах - по отношению к 21,2, в новых ценах - к 22,8).

**Показатели анализа ряда динамики**

Анализ интенсивности изменения во времени осуществляет­ся с помощью показателей, получаемых в результате сравнения уровней, к таким показателям относятся: *абсолютный прирост, темп роста, темп прироста, абсолютное значение одного процен­та прироста.*

Система средних показателей включает *средний уровень ря­да, средний абсолютный прирост, средний темп роста, средний темп прироста.*

Показатели анализа динамики могут вычисляться на посто­янной и переменных базах сравнения. При этом принято называть сравниваемый уровень *отчетным,* а уровень, с которым производится сравнение, — *базисным.*

Для расчета показателей анализа динамики на постоянной базе каждый уровень ряда сравнивается с одним и тем же базиснЫм уровнем. В качестве базисного выбирается либо начальный уровень в ряду динамики, либо уровень, с которого начи­нается какой-то новый этап развития явления. Исчисляемые при этом показатели называются *базисными*

Для расчета показателей анализа динамики на переменной базе каждый последующий уровень ряда **C**рaвнивaeтся с предыдущим. Вычисленные таким образом показатели анализа дина­мики называются *цепными.*

Важнейшим статистическим показателем анализа динамики яв­ляется *абсолютный прирост (сокращение),* т.е. ***абсолютное изменение,***характеризующее увеличение или уменьшение уровня ряда за оп­ределенный промежуток времени. Абсолютный прирост с пере­менной базой называют *скоростью роста.*

*Абсолютный прирост Абсолютный прирост (цепной): (базисный):*

   
где уi — уровень сравниваемого периода;

*уi-1* — уровень предшествующего периода;

*у0 —* уровень базисного периода.

Цепные и базисные абсолютные приросты связаны между собой- *сумма последовательных цепных абсолютных приростов равна базисному, т. е. общему приросту за весь промежуток вре­мени (*).

Для оценки интенсивности, т. е. относительного изменения уровня динамического ряда за какой-либо период времени ис­числяют *темпы роста (снижения).*

Интенсивность изменения уровня оценивается отношением

отчетного уровня к базисному. Показатель интенсивности изменения уровня ряда, выраженный в долях единицы, называется коэффициентом роста, а в процентах - темпом роста. Эти показатели интенсивности из­менения отличаются только единицами измерения.

***Коэффициент роста (снижения)*** показывает, во сколько раз сравниваемый уровень больше уровня, с которым произ­водится сравнение (если этот коэффициент больше единицы) или какую часть уровня, с которым производится сравнение, составляет сравниваемый уровень (если он меньше единицы). Темп роста всегда представляет собой положительное число.

*Коэффициент роста: Коэффициент роста:*

*(цепной) (базисный)*



*Темп роста (цепной): Темп роста (базисный):*



Тр *=* Kр\*100.

Между цепными и базисными коэффициентами роста суще­ствует взаимосвязь (если базисные коэффициенты исчислены по отношению к начальному уровню ряда динамики): *произведе­ние последовательных цепных коэффициентов роста равно базис­ному коэффициенту роста за весь период* (П *Кцр = Кбр),* а *частное от деления последующего базисного темпа роста на предыдущий равно соответствующему цепному темпу роста.*

*Относительную* оценку скорости измерения уровня ряда в еди­ницу времени дают показатели темпа *прироста (сокращения).*

***Темп прироста (сокращения)*** показывает, на сколько процентов сравниваемый уровень больше или меньше уровня, принятого за базу сравнения, и вычисляется как отношение абсолютного при­роста к абсолютному уровню, принятому за базу сравнения.

Темп прироста может быть положительным, отрицательным или равным нулю, выражается он в процентах и долях единицы (коэффициенты прироста).

*Темп прироста (цепной):*

**

*Темп прироста (базисный):*

**

*Темп прироста* (сокращения) можно получить и из темпа роста, выраженного в процентах, если из него вычесть 100%.

*Коэффициент прироста* получается вычитанием единицы из ко­эффициента роста:

Тпр=Тр-100 Кпр=Кр-1

Сравнение абсолютного прироста и темпа прироста за одни и те же периоды времени показывает, что при снижении (замедле­нии) темпов прироста абсолютный прирост не всегда уменьша­ется, иногда он может возрастать. Поэтому, чтобы правильно оценить значение полученного темпа прироста, его рассматривают в сопоставлении с показателем абсолютного прироста. Результат выражают показателем, который называют ***абсолютным значением (содержанием) одного процента прироста*** и рассчитывают как отношение абсолютного прироста к темпу прироста за тот же период времени, %:



Абсолютное значение одного процента прироста равно сотой части предыдущего (или базисного) уровня. Оно показывает, какое абсолютное значение скрывается за относительным пока­зателем — одним процентом прироста.

В тех случаях, когда сравнение производится с отдалением периода времени, принятого за базу сравнения, рассчитывают так называемые ***пункты роста,*** которые представляют собой разность базисных темпов роста, %, двух смежных периодов.

В отличие от темпов прироста, которые нельзя ни суммиро­вать, ни перемножать, пункты роста можно суммировать, в ре­зультате получаем темп прироста соответствующего периода по сравнению с базисным.

Для обобщающей характеристики динамики исследуемого явления определяют средние показатели: *средние уровни ряда* и *средние показатели изменения уровней ряда.*

***Средний уровень ряда*** характеризует обобщённую вели­чину абсолютных уровней. Он рассчитывается по *средней хро­нологической,* т. е. по средней исчисленной из значений, изме­няющихся во времени.

Методы расчета среднего уровня интервального и моментного рядов динамики различны.

*Для интервальных рядов динамики* из абсолютных уровней ***средний уровень*** за период времени определяется по формуле *средней арифметической:*

• при равных интервалах применяется *средняя арифметиче­ская простая:*



где *у -* абсолютные уровни ряда; n -число уровней ряда.

• при неравных интервалах — *средняя арифметическая взве­шенная:*



где *у1,...,yn —* уровни ряда динамики, сохраняющиеся без изме­нения в течение промежутка времени *t,*

*t1,..., tn*— веса, длительность интервалов времени (дней, ме­сяцев) между смежными датами.

***Средний уровень*** *моментного ряда динамики с равностоящими уровнями* определяется по формуле *средней хронологической мо­ментного ряда:*



где *у1,..., yп ~* уровни периода, за который делается расчет;

*п —* число уровней;

*п - 1* — длительность периода времени.

***Средний уровень*** *моментных рядов с неравностоящими уровнями* определяется по формуле *средней хронологической взвешенной:*



где уi ,yn - уровни рядов динамики;

ti — длительность интервала времени между смежными уровнями.

.

Обобщающий показатель скорости изменения уровней во времени - ***средний абсолютный прирост (убыль),*** представляющий собой обобщенную характеристику индивидуальных абсолютных приростов ряда динамики. По цепным данным об абсолютных приростах за ряд лет можно рассчитать *средний абсолютный при­рост как среднюю арифметическую простую:*



где *п -* число цепных абсолютных приростов () в изучаемом

периоде.

*Средний абсолютный прирост определим через накопленный (базисный) абсолютный прирост* (Δуб)*-* Для случая равных ин­тервалов применим следующую формулу:



где *т -* число уровней ряда динамики в изучаемом периоде, включая базисный.

Сводной обобщающей характеристикой интенсивности изменения уровней ряда динамики служит ***средний темп роста (снижения),*** показывающий, во сколько раз в среднем за едини­цу времени изменяется уровень ряда динамики.

*Средний темп роста (снижения) —* обобщенная характеристика индивидуальных темпов роста ряда динамики. В качестве основы и критерия правильности исчисления среднего темпа роста (сни­жения) применяется *определяющий показатель —* произведение цепных темпов роста, равное темпу роста за весь рассматривае­мый период. Следовательно, если значение признака образуется как произведение отдельных вариантов, нужно применять *среднюю геометрическую.*

Поскольку ***средний темп роста*** представляет собой средний

коэффициент роста, выраженный в процентах *(* *=* \*100).

, то для равностоящих рядов динамики расчеты по средней геомет­рической сводятся к исчислению *средних коэффициентов роста из цепных коэффициентов роста (по «цепному способу»):*

**

где *п —* число цепных коэффициентов роста;

*Кцр1 , ..., Кцрп -* цепные коэффициенты роста;

*Кбр —* базисный ко­эффициент роста за весь период.

Если известны уровни динамического ряда, то расчет сред­него коэффициента роста упрощается. Так как произведение Цепных коэффициентов роста равно базисному, то в подкоренное выражение подставляется базисный коэффициент роста. Ба­зисный коэффициент получается непосредственно как частное от деления уровня последнего периода *уп* на уровень базисного периода *у0.*

Тогда формула для расчета ***среднего коэффициента роста***дляравностоящих рядов динамики (по *«базисному способу»):*



где *т -* число уровней ряда динамики в изучаемом периоде, вклю­чая базисный.

***Средние темпы прироста (сокращения)*** рассчитываются на основе средних темпов роста, вычитанием из последних 100 %. Соответственно при исчислении *средних коэффициентов прирос­та* из значений коэффициентов роста вычитается единица:

 

где ** - средний темп прироста, *—* средний коэффициент прироста

Если уровни ряда динамики снижаются, то средний темп роста будет меньше 100%, а средний темп прироста — отрица­тельной величиной. *Отрицательный темп прироста * пред­ставляет собой *средний темп сокращения* и характеризует сред­нюю относительную скорость снижения уровня.

Сравнительные характеристики направления и интенсивно­сти роста одновременно развивающихся во времени явлений определяются ***приведением рядов динамики к общему (единому) основанию и расчетом коэффициентов опережения (отставания).***

Ряды динамики (в которых возникают, например, про­блемы сопоставимости цен сравниваемых стран, методики рас­чета сравниваемых показателей и т.п.) приводят к ***одно­му основанию,*** если они не могут быть решены другими метода­ми. По исходным уровням нескольких рядов динамики опреде­ляют относительные величины — *базисные темпы роста* или *прироста.* Принятый при этом за базу сравнения период време­ни (дата) выступает в качестве постоянной базы расчетов тем­пов роста для каждого из изучаемых рядов динамики. В зависи­мости от целей исследования базой может быть начальный, средний или другой уровень ряда.

Сравнение интенсивности изменений уровней рядов во вре­мени возможно с помощью ***коэффициентов опережения (отставания),***

представляющих собой отношение базисных темпов роста (или при­роста) двух рядов динамики за одинаковые отрезки времени:

   
где ** , *,*— базисные темпы роста и прироста

первого и второго рядов динамики (соответственно).

*Коэффициенты опережения (отставания)* могут быть исчислены на основе сравнения *средних темпов роста (или прироста)* двух ди­намических рядов за одинаковый период времени:



где *,*- средние темпы роста первого и второго ря­дов динамики соответственно; *п —* число лет в периоде.

***Коэффициент опережения (отставания)*** показывает, во сколько раз быстрее растет (отстает) уровень одного ряда динамики по сравнению с другим. При этом сравнении темпы должны характе­ризовать тенденцию одного направления.

# Методы анализа основной тенденции развития в рядах динамики

Важной задачей статистики является определение в рядах динамики *общей тенденции развития явления.*

Иногда закономерность изменения явления, общая тенденция его развития отчетливо отражается уровнями динамического ряда (уровни на изучаемом периоде непрерывно растут или непрерывно снижаются).

Однако часто приходится встречаться с такими рядами ди­намики, в которых уровни ряда постоянно изменяются (то возрастают, то убывают), и общая тенденция неясна.

На развитие явления во времени оказывают влияние факто­ры, различные по характеру и силе воздействия. Одни из них оказывают практически постоянное воздействие и формируют в рядах динамики определенную *тенденцию* развития. Воздействие же других факторов может быть кратковременным или носить *случайный* характер.

Поэтому при анализе динамики речь идет не просто о тен­денции развития, а об *основной тенденции.*

***Основной тенденцией развития (трендом)*** называется плавное и устойчивое изменение уровня явления во времени, свободное от случайных колебаний.

Задача состоит в том, чтобы выявить общую тенденцию в изменении уровней ряда, освобожденную от действия различ­ных случайных факторов. С этой целью ряды динамики подвергаются обработке *методами укрупнения ин­тервалов, скользящей средней* и *аналитического выравнивания.*

Одним из наиболее простых методов изучения основной тенденции в рядах динамики является ***укрупнение интервалов.*** Он основан на укрупнении периодов времени, к которым отно­сятся уровни ряда динамики (одновременно уменьшается коли­чество интервалов). *Например, ряд ежесуточного выпуска про­дукции заменяется рядом месячного* *выпуска продукции и т.д.* Средняя, исчисленная по укрупненным интервалам, позволяет выявлять направление и характер (ускорение или замедление роста) основной тенденции развития.

Выявление основной тенденции может осуществляться также ***методом скользящей (подвижной) средней.*** Сущность его заключается в том, что исчисляется средний уровень из опреде­ленного числа, обычно нечетного (3, 5, 7 и т.д.), первых по сче­ту уровней ряда, затем — из такого же числа уровней, но начи­ная со второго по счету, далее — начиная с третьего и т.д. Таким образом, средняя как бы «скользит» по ряду динамики, пере­двигаясь на один срок.

Недостатком сглаживания ряда является «укорачивание» сглаженного ряда по сравнению с фактическим, а следователь­но, потеря информации.

Рассмотренные приемы дают воз­можность определить общую тенденцию развития явле­ния, более или менее освобожденную от случайных и волнооб­разных колебаний. Однако получить обобщенную статистиче­скую модель тренда нельзя.

Для того чтобы дать *количественную модель, выражающую основную тенденцию изменения уровней динамического ряда во вре­мени, используется аналитическое выравнивание ряда динамики.*

Основным содержанием ***метода аналитического выравнива­ния*** в рядах динамики является то, что общая тенденция разви­тия рассчитывается как функция времени:



где— уровни динамического ряда, вычисленные по соответст­вующему аналитическому уравнению на момент времени *t.*

Определение теоретических (расчетных) уровней  произ­водится на основе *адекватной математической модели,* которая отображает (аппроксимиру­ет) основную тенденцию ряда динамики.

Выбор типа модели зависит от цели исследования и должен быть основан на теоретическом анализе, выявляющем характер развития явления, а также на графическом изображении ряда динамики (линейной диаграмме).

Простейшими моделями (формулами), выражаю­щими тенденцию развития, являются:

*линейная функция —* прямая = а0 + a1t,

где а0 и а1 *—* параметры уравнения;

*t—* время;

*показательная функция-**,*

*степенная функция* — кривая второго порядка (парабола)



В тех случаях, когда требуется особо точное изучение тен­денции развития (например, модели тренда для прогнозирова­ния), при выборе вида адекватной функции можно использовать специальные критерии математической статистики.

Расчет параметров функции производится *методом наименьших квадратов,* в котором в качестве решения принима­ется точка минимума суммы квадратов отклонений между тео­ретическими и эмпиричесими уровнями:



где *-* выравненные (расчетные) уровни; уi *-* фактические уровни. Параметры уравнения аi удовлетворяющие этому условию, могут быть найдены решением *системы нормальных уравнений.* На основе найденного уравнения тренда вычисляются выравненные уровни. Таким образом, выравнивание ряда динамики заключается в замене фактических уровней уi изменяю­щимися уровнями*,* наилучшим образом аппроксимирующи­ми статистические данные.

• *Выравнивание по прямой* используется в тех случаях, когда абсолютные приросты практически посто­янны, т. е. когда уровни изменяются в арифметической прогрессии (или близко к ней).

• *Выравнивание по показательной функции* используется в тех случаях, когда ряд отражает развитие в геометриче­ской прогрессии, т. е. когда цепные коэффициенты рос­та практически постоянны.

Рассмотрим «технику» *выравнивания ряда динамики по пря­мой:*

= а0 + a1t,

Параметры а0 и а1 согласно методу наимень­ших квадратов находятся решением следующей *системы нор­мальных уравнений,* полученной путем алгебраического преобра­зования условия:



где *у —* фактические (эмпирические) уровни ряда; *t —* время (по­рядковый номер периода или момента времени).

Расчет параметров упрощается, если за начало отсчета времени *(t =* 0) принять центральный интервал (момент).

При четном числе уровней (например, 4), значения *t — ус­ловного обозначения времени* будут такими (это равнозначно из­мерению времени не в годах, а в полугодиях):*.*

*1996г. 1997г. 1998г. 1999г.*

-3 -1 +1 +3

При нечетном числе уровней (например, 5) значения уста­навливаются по-другому:

*1996 г 1997г. 1998г. 1999г. 2000г.*

-2 -1 0 +1 +2

В обоих случаях Σ *t = 0,* так что система нормальных урав­нений принимает вид:



Из первого уравнения 

Из второго уравнения 

## Методы изучения сезонных колебаний

При сравнении квартальных и месячных данных многих социаль­но-экономических явлений часто обнаруживаются *периодические ко­лебания,* возникающие под влиянием смены времен года. Они явля­ются результатом влияния природно-климатических условий, общих экономических факторов, а также многочисленных и разнообразных факторов, которые часто являются регулируемыми.

K сезонным относят все явления, кото­рые обнаруживают в своем развитии отчетливо выраженную зако­номерность внутригодовых изменений, т. е. более или менее ус­тойчиво повторяющиеся из года в год колебания уровней.

В статистике периодические колебания, которые имеют опре­деленный и постоянный период, равный годовому промежутку, носят название *«сезонные колебания»* или *«сезонные волны», а* дина­мический ряд в этом случае называют *сезонным рядом динамики.*

Значительной колеблемости во внутригодовой динамике подвержены денежное обращение и товарооборот. Сезонные колебания отрицательно влияют на ре­зультаты производственной деятельности, вызывая нарушения ритмичности производства.

Комплексное регулирование сезонных изменений должно основываться на исследова­нии сезонных колебаний.

Cуществует ряд методов изучения и измерения се­зонных колебаний. Самый простой заключается в построении специ­альных показателей, которые называются индексами сезонности Is Совокупность этих показателей отражает сезонную волну.

***Индексами сезонности*** являются процентные отношения факти­ческих (эмпирических) внутригрупповых уровней к теоретическим (расчетным) уровням, выступающим в качестве базы сравнения.

Для того чтобы выявить устойчивую сезонную волну, на ко­торой не отражались бы случайные условия одного года, *индек­сы сезонности* вычисляют по данным за несколько лет (не менее трех), распределенным по месяцам.

Если ряд динамики не содержит ярко выраженной тенден­ции в развитии, то индексы сезонности вычисляются непосред­ственно по эмпирическим данным без их предварительного вы­равнивания.

Для каждого месяца рассчитывается средняя величина уров­ня, например за три года (), затем вычисляется среднемесяч­ный уровень для всего ряда  После чего определяется показа­тель сезонной волны — *индекс сезонности* Is как процентное от­ношение средних для каждого месяца к общему среднемесячно­му уровню ряда, %:

Is =100%.

где  *—* средний уровень для каждого месяца (минимум за три года);

*~* среднемесячный уровень для всего ряда.

Для наглядного представления сезонной волны исчисленные индексы сезонности изображают в виде графика.

Когда уровень проявляет тенденцию к росту или снижению, то отклонения от постоянного среднего уровня могут исказить сезонные колебания. В таких случаях фактические данные со­поставляются с *выравненными,* т. е. полученными аналитическим выравниванием.

Формулу для расчета *индекса сезонности, %,* в этом случае можно записать так:



где  u  *-* фактические и расчетные (выравненные) уровни одно­имённых внутригодовых периодов (соответственно); *п* — число лет.

### Экстраполяция в рядах динамики и прогнозирование

Необходимым условием регулирования рыночных отноше­ний является составление надежных *прогнозов* развития соци­ально-экономических явлений.

Выявление и характеристика трендов и моделей взаимосвязи создают базу для прогнозирования, т. е. для определения ориен­тировочных размеров явлений в будущем. Для этого используют *метод экстраполяции.*

***Экстраполяция*** это нахождение уровней за пре­делами изучаемого ряда, т. е. продление в будущее тенденции, наблюдавшейся в прошлом (перспективная экстраполяция). По­скольку в действительности тенденция развития не остается не­изменной, то данные, получаемые путем экстраполяции ряда, следует рассматривать как вероятностные оценки.

Экстраполяцию рядов динамики осуществляют различными способами, например, экстраполируют ряды динамики выравни­ванием по аналитическим формулам. Зная уравнение для теоре­тических уровней и подставляя в него значения *t* за пределами исследованного ряда, рассчитывают для *t* вероятностные  *.*

На практике результат экстраполяции прогнозируемых явле­ний обычно получают не точечными (дискретными), а *интер­вальными оценками.*

Для определения границ интервалов используют формулу:



tα— коэффициент доверия по распределению Стьюдента;

*-* остаточное среднее квадратическое от­клонение от тренда, скорректированное по числу степеней свободы *(п - т);*

*п —* число уровней ряда динамики;

*т —* число параметров адекватной модели тренда (для уравнения

прямой *т = 2*). *Вероятностные границы интервала* прогнозируемого явления:



Нужно иметь в виду, что экстраполяция в рядах динамики носит не только приближенный, но и условный характер.

*Число степеней свободы — число элементов статистической совокупности, вариация которых свободна (неограничена).*

*Стьюдент — псевдоним английского математика и статистика Уильяма С. Госсета, разработавшего метод статистических оценок и проверки гипотез t-распределения, не являющегося нормальным.*

РЕГРЕССИОННЫЙ АНАЛИЗ СВЯЗНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ РЯДОВ

Многомерные временные ряды, показывающие зависимость результативного признака от одного или нескольких факторных, называют **связными рядами динамики.** Применение методов наименьших квадратов для обработки рядов динамики не требу­ет предположений о законах распределе­ния исходных данных. Но при использовании метода наи­меньших квадратов для обработки связных рядов надо учи­тывать наличие автокорреляции (авторегрессии), которая не учи­тывалась при обработке одномерных рядов динамики, поскольку ее наличие способствовало более плотному и четкому выявле­нию тенденции развития рассматриваемого социально-экономи­ческого явления во времени.

В значительной части рядов динамики экономических процес­сов между уровнями суще­ствует взаимосвязь. Ее можно представить в виде корреляцион­ной зависимости между рядами **у**1, у2, у3,…уn и этим же рядом сдвинутым относительно первоначального положения на h мо­ментов времени y 1+ h, y 2+h, y3+h …y n+h. Временное смещение L называется **сдвигом,** а само явление взаимосвязи - **автокорре­ляцией.**

Автокорреляционная зависимость существенна между последующими и предшествующими уровнями ряда ди­намики.

При анализе нескольких взаимо­связанных рядов динамики важно установить наличие и сте­пень их автокорреляции(поскольку классические методы математической ста­тистики применимы лишь в случае независимости отдельных членов ряда между собой).

*Различаются два вида автокорреляции:*

1) автокорреляция в наблюдениях за одной или более перемен­ными;

2) автокорреляция ошибок или автокорреляция в отклонениях от тренда.

Наличие последней приводит к искажению величин средних квадратических ошибок коэффициентов регрессии, что затрудняет построение доверительных интервалов для коэффициентов рег­рессии, а также проверку их значимости.

Автокорреляцию измеряют при помощи **нециклического коэффициента автокорреляции,** который рассчитывается не только между соседними уровнями, т. е. сдвинутыми на один период, но и между сдвинутыми на любое число единиц времени (L). Этот сдвиг, именуемый **временным лагом,** опреде­ляет и порядок коэффициентов автокорреляции: первого поряд­ка (при L = 1), второго порядка (при L = 2) и т.д.

Формулу коэффициента автокорреляции можно записать следующим образом:



где , - среднее квадратическое отклонение рядов уt и **уt+1** соот­ветственно.

Если значение последнего уровня (уn) ряда мало отличается от первого (у1), то сдвинутый ряд не укорачивается, его можно условно дополнить, принимая уn = у1. Тогда уt = уt+1 и =, поскольку рассчитываются они для одного и того же ряда. При такой замене, т. е. если tt+1 и ,формула коэффици­ента автокорреляции примет вид:



Если ряд динамики состоит из уровней, среднее значение вторых равно нулю ( = 0), то выражение yпрощается:

.

Для суждения о наличии или отсутствии автокорреляции в исследуемом ряду фактическое значение коэффициентов автокор­реляции сопоставляется с табличным (критическим) для 5%-ного или 1%-ного уровня значимости (вероятности допустить ошибку при принятии нулевой гипотезы о независимости уровней ряда).

(Одна из специальных таблиц, в которой определена критическая область проверяемой гипотезы (об отсутствии автокорреляции), составленная Р. Андерсеном в 1942 г., приведена в приложении 12.)

Если фактическое значение коэффициента автокорреляции меньше табличного, то гипотеза об отсутствии автокорреляции в ряду может быть принята. Когда же фактическое значение боль­ше табличного, можно сделать вывод о наличии автокорреляции в ряду динамики.

Для уменьшения автокорреляции применяют различные мето­ды. Bсе они преследуют цель исключения основной тенден­ции (тренда) из первоначальных данных.

Самым распространенным примером выявления наличия автокорреляции в отклонениях от тренда или от регрессионной модели является использование **критерия Дарбина - Уотсона,** который рассчитывается по формуле



где еt = уt - .

Теоретическое основание применения этого критерия обуслов­лено тем, что в динамических рядах как сами наблюдения, так и отклонения от них распределяются в хронологическом по­рядке.

При условии, что отклонения уровней от тенденции (так назы­ваемые остатки) случайны, значения D, лежащие в интервале 0 - 4, всегда будут находиться ближе к 2. Если автокорреляция по­ложительная, то D < 2; отрицательная - 2< = D < = 4. Следова­тельно, оценки, получаемые по критерию, являются не точечны­ми, а интервальными. Их значения для трех уровней значимости (α = 0,01, α= 0,025 и α = 0,05) с учетом числа наблюдений даны в специальных таблицах.

Существует ряд способов исключения или уменьшения автокорреляции (авторегрессии) в рядах динамики:

а) метод вклю­чения времени в качестве дополнительного фактора;

б) метод последовательных разностей;

в) метод авторегрессионных преобразований.

Рассмотрим эти способы исключения автокорреляции (авторег­рессии).

В соответствии с теоремой, доказанной Фришем и Boy, время вводится в систему связных динамических рядов в явной форме в качестве дополнительного фактора. Уровни исходных дина­мических рядов могут быть представлены показателями в лю­бой форме, в том числе логарифмической, а время всегда вво­дится в линейной форме. Считается, что введение фактора вре­мени исключает основную тенденцию развития всех явлений, представленных исследуемыми рядами динамики. Доказано, что введение времени аналогично использованию отклонения фак­тических данных от трендов.

Применение метода наименьших квадратов к обработке мно­гомерных временных рядов не отличается от методологии при­менения его к обычным статистическим рядам. В рассматрива­емом случае минимизируется следующее выражение:

S = min.

При исключении автокорреляции методом последовательных разностей

обработке методом наименьших квадратов подверга­ются не сами уровни исходных рядов **уt** , yt+1, ..., Уt+n, и хt, хt+1, ..., xt+n, а последовательные разности между ними:

Δy1=yt-yt-1; Δxt=xt-xt-1;

Δy2=yt-1-yt-2;Δx2=xt-1-xt-2;

…………… …………….

…………… …………….

Δyk=yt-k-yt-k-1; Δxk=xt-k-xt-k-1.

При использовании этого метода исходят из того , что все разности между уровнями динамических рядов, начиная с первой, будут содержать только случайную компоненту. При­чем первые разности содержат случайную компоненту в линей­ной форме, вторые - описываемую параболой второго порядка, третьи - показательной функцией.

Метод авторегрессионных преобразований заключается в том, что определяют уравнение связи между отклонениями от тен­денций двух связных рядов динамики:

  

 

…………. ………….

………… ………….

 

В этом случае также получают уравнения регрессии, не иска­женные влиянием автокорреляции.

Введение времени в качестве дополнительной переменной является наиболее действенным способом обработки связных рядов динамики. При линейной связи между исследуемыми рядами этот способ более точен, чем использование последовательных разностей или отклонений от трендов.

При обработке методом наименьших квадратов последовательных разностей или отклонений от трендов обрабатываются чисто случайные величины.

КОРРЕЛЯЦИЯ РЯДОВ ДИНАМИКИ

При изучении развития явления во времени возникает необходимость оценить степень взаимосвязи в изменениях уров­ней двух или более рядов динамики различного содержания, но связанных между собой. Эта задача решается методами коррелирования:

1. уровней ряда динамики;

2) отклонений фактических уровней от тренда;

3) последовательных разностей, т. е. путем исчисления парного коэффициента корреляции.

**Коррелирование уровней** ряда динамики правильно показы­вает тесноту связи между рядами динамики лишь в том случае, если в каждом из них отсутствует автокорреляция.

В этом случае величину коэффициента корреляции находят по формуле



где хi - уровни факторного ряда динамики;

уi - уровни результативного ряда динамики.

Следовательно, прежде чем коррелировать ряды динамики (по уровням), необходимо проверить каждый из рядов на наличие или отсутствие в них автокорреляции (при помощи коэффициен­та автокорреляции). В случае наличия автокорреляции между уровнями ряда последняя должна быть устранена.

Рассмотрим способы ее исключения в рядах динамики. **Коррелирование отклонений от выравненных уровней (тренда).** Этот способ состоит в том, что коррелируют не сами уровни, а отклонения фактических уровней от выравненных, от­ражающих тренд, т. е. коррелируют остаточные величины. Для этого каждый ряд динамики выравнивают по определенной, ха­рактерной для него аналитической формуле, затем из эмпиричес­ких уровней вычитают выравненные (т. е. находят dx = хt - ;dy = уt -;) и определяют тесноту связи между рассчитанными отклонениями (dx и dy ) по формуле



**Коррелирование последовательных разностей.** Исключить влияние автокорреляции можно путем вычитания из каждого уровня предшествующего ему, т. е. находя разности уровней (уi – **у**i-1).При переходе от уровней к их разностям исключается влияние общей тенденции на колеблемость. При этом при изменении уровней по прямой можно коррелировать первые разности, при изменении по пара­боле n-го порядка - n-е разности. Формула коэффициента разно­стей, используемая для измерения тесноты связи между исследу­емыми рядами, имеет вид:



Коэффициент корреляции, рассчитанный для измерения тес­ноты зависимости изменения уровней двух рядов, является средним, обобщающим показателем. Однако для дли­тельного периода эта зависимость может меняться во времени. Поэтому чтобы судить о том, в ка­кие периоды зависимость между изменениями уровней двух ря­дов слабая или сильная, надо рассчитывать серию сколь­зящих коэффициентов корреляции для определенного интервала времени.