**Кафедра: Социология и Обществознание**

**Реферат**

**на тему: "Свойства функций предпочтения"**

**Введение**

Представляется, что на самом деле причинная зависимость скорее обратная: уровень качества жизни определяет большинство демографических характеристик от рождаемости, здоровья, заболеваемости и т. д. до смертности. Таким образом, задача ставится так: определить значение аргумента – уровня качества жизни, зная много значений одной функции от разных аргументов – значений этих уровней. Но пока задача сильно упрощена, так как качество жизни связано также с экологической обстановкой, обеспеченностью населения разного сорта благами, наконец, с политической ситуацией. Но все отмеченные факторы и довольно неясные, расплывчатые зависимости люди ощущают и проявляют в своем поведении, выбирая, например, при переходах лучшие условия (качество) жизни.

Одним из проявлений такого выбора является движение населения в любых его формах: механических, социальных, профессиональных и т. д., когда люди переходят из группы в группу, «голосуя ногами» за лучшее качество жизни, выбирая лучшее из предлагаемых им. Таким образом, движение населения может служить основой для выявления многих характеристик групп, в том числе и качества жизни в них. Поэтому необходимо, в первую очередь если развивать высказанную точку зрения, выявить зависимость предпочтений, проявляющуюся в подвижности как всего населения, так и, прежде всего, отдельного человека, от обладаемых им характеристик **x**, и возможностей его выбора **y**.

Если не будет оговорено противное, далее всегда будет предполагаться, что человек **x** принадлежит к группе *i*, а предлагаемое ему место **y**, находится в группе *j.* Но прежде чем двигаться дальше, нужно отметить связь предпочтений людей и вероятностей (интенсивностей) их передвижений, которые также как предпочтения сами не наблюдаются, но для оценок вероятностей уже имеются подходы, включающие методы статистики движения человеческих ресурсов, вообще, и рабочей силы, в частности.

Очевидно, если нет людей, обладающих условиями **x** в группе *i* и предпочитающих условия **y** в группе *j*, то нет и переходов из *i* в *j*. Следовательно, при **y** худших, чем **x** вероятность (интенсивность) перехода из *i* в *j* равна 0, т. е. как вероятность перехода, так и предпочтения людей зависят от **x** и **y**. Более того, чем выше предпочтения, тем больше интенсивность перехода, поэтому последние либо пропорциональны первым, либо зависят от них монотонно возрастающим образом. Итак, следует начинать с исследования функций предпочтения, а затем переходить к виду зависимости вероятностей или интенсивностей от этих предпочтения. Уточнению вида функций предпочтения отдельного человека будет посвящено дальнейшее исследование этой главы.

**1. Основные предположения**

Далее для ясности изложения материала будем использовать достаточно гладкую функцию предпочтения *f (***x, y***)*, т. е. не только непрерывную, но и непрерывно дифференцируемую, если это необходимо, столько раз, сколько это покажется нужными. По окончательному результату будем судить насколько обоснованы первоначальные предположения, так как скачки в результатах могут возникать не только из-за отсутствия непрерывности функции, но и из-за дискретности используемых значений аргументов.

До сих пор нигде не подчеркивалось, что различные люди могут реагировать на факторы подвижности по разному. поэтому функции привлекательности*,* фигурирующие в всех последующих соотношениях, могут быть у различных людей разными. При практических расчетах функции привлекательности обычно параметризуют. Чтобы параметры не изменялись от человека к человеку их считают одинаковыми, оправдано или нет полагая, что вся зависимость от конкретного человека уже заложена в факторы **x**, т. е. выполнено следующее допущение.

**Гипотеза 1 (о совпадении)**. *Все люди реагируют на факторы* **y***, определяющие их условия жизни и работы, сходным образом, т. е. предпочтения зависят от самого человека только через* **x***, поэтому, зависимость функции привлекательности f (***x, y***)* *от факторов* **x** *и* **y** *для всех людей и групп одинакова*.

*Первая группа* предположений, пригодных для уточнения вида функции предпочтения по сути дела уже была описана, когда рассматривались меры благосостояния (или бедности) общества. Во-первых, при прочих неизменных условиях с увеличением значения какого-либо фактора, скажем, *xs,* – зарплаты или дохода, на старом месте **x** предпочтения любого другого места убывают. Этот принцип, касающийся индивидуальных (не производственных) потребностей человека или домохозяйства давно известен народной мудрости: «от добра – добра не ищут». Математически он означает, что эффективность фактора *xs* отрицательна, или формально – .



Во-вторых, предполагается, что убывание предпочтений с ростом **x** затухает – происходит насыщение индивидуальных потребностей[[1]](#footnote-1). Этот принцип (предположение) приводит к падению эффективности действия фактора *xs* при его увеличении, т. е. математически . Оба описанных принципа – предположения означают, что по аргументам **x** функция *f (***x***,* **y***)* убывает и выпукла вниз. Аналогично можно получить, что она же по аргументам **y** растет и выпукла вверх. Заметим еще, что оба предположения (принципа) хорошо известны всем, кто сталкивался с функцией полезности.



Однако, пока оставим развитие этих достаточно общих предположений до будущего и остановимся на некоторых более конкретных, а потому и частных вопросах *второй группы*.

Рассмотрим два места работы или жительства, первое из которых предоставляет занимающему его индивиду набор **x**, а второе – **y**. Тогда предпочтение нового места **y** человеком, находящемся на старом **x**, будет равно *f (***x***,* **y***)*. Пусть набор **y** изменился из-за увеличения на *dys* компоненты *ys*, скажем дохода, а все остальные компоненты остались на прежнем уровне. Тогда произошло изменение в предпочтении на величину *df (***x***,* **y***).* Предпочтение и связанную с ней интенсивность можно вернуть на прежний уровень (т. е. сделать *df (***x***,* **y***)=0*), изменив компоненту *xs* набора **x** на величину *dxs*, т. е. увеличив доход *xs* на старом месте **x**.

Основное предположение состоит в том, что каков бы ни был набор условий **x** и **y** изменение одной из компонент *dys* (например, дохода) на новом месте может быть возмещено изменением той же самой компоненты (дохода) *dxs* на старом так, что изменения в предпочтении не будет. При этом изменение дохода на старом месте *dxs* пропорционально изменению дохода на новом *dys*, что очевидно. Допустим дополнительно, что коэффициент пропорциональности зависит лишь от уровней дохода *x1* на старом и *ys* на новом местах особым образом.

Действительно, поскольку *df (***x**, **y***)=*, то *dxs=* и приращение *dxs* – пропорционально *dys*, но коэффициент пропорциональности - может зависеть от значений всех условий **x** и **y**. Поэтому дополнительное условие *самовозмещения* состоит в том, что коэффициент пропорциональности *k (***x***,* **y***)*=-, который уравновешивают изменение *dys* привлекательности места **y** изменением того же самого фактора *dxs*, характеризующего старое место **x**, зависит лишь от значений *xs*, и *ys*, а не от всех остальных условий, т. е. *k (***x***,* **y***)=k(xs, ys)*. Для наибольшей простоты окончательных выражений положим еще, что *k(xs, ys)*=*ψ‘(ys)/φ‘(xs,).* Можно показать, что последнее не очень сильное предположение допускает ослабление.



**Гипотеза 2 (о самовозмещении)**. *Предпочтения и интенсивности перехода не изменяются при пропорциональном изменении условий с коэффициентами пропорциональности, зависящими только от уровней самих условий xs и ys для любых s*.

**2. Уточнение вида зависимости**

Далее будут приведены некоторые определения и то, что из них следует для большей определенности функции привлекательности.

Математически в предположении о совпадении часть, касающаяся пропорциональности изменения условий *dxs* и *dys*, означает, что

*dxs=dys* ∀*s* (2.1)



где через ‘обозначено дифференцирование.

Из справедливости гипотезы 2, т. е. из неизменности интенсивностей перехода при выполнении (2.1), следует, что функции предпочтения для аргументов с индексом *s* удовлетворяют уравнениям

,*∀s,* (2.2)



где индекс *s* у функций *ϕ»* и *ψ»* появился из-за того, что коэффициенты пропорциональности в гипотезе 2 могут быть разными для разных условий, т. е. зависеть от самого условия, следовательно, и от его номера *s*. Разные функции *φ* и *ψ* подчеркивают лишь то, что отношение к «журавлю в небе» – **y** другое, чем к «синице в руках» – **x**.

Решением дифференциального уравнения (2.2), если (2.1) справедливо для любого *s,* будет произвольная дифференцируемая функция *Φ* от *m* аргументов *zs* (*s*=1,2,…, *m*), где вместо аргументов стоят разности *φs(xs)*-*ψs(ys)*, т. е.

*f (***x**, **y***)=Φ[ψ1(y1)*-*φ1(x1), ψ2(y2)*-*φ2(xs),*…, *ψm(ym)*-*φm(xm)].* (2.3)

Кроме того, из (2.3) следует выполнение гипотезы 1 о совпадении. Итак, справедливо следующее утверждение.

**Теорема 1.** *Для выполнения гипотез 1 и 2 (т. е. соотношений (2.1) и (2.2) независимость всех функций из них от человека) необходимо и достаточно, чтобы функция привлекательности имела вид (2.3)*

**Замечание.** Легко ослабить требование гипотезы 1, полагая, она справедлива лишь для людей каждой группы *i.* Для этого нужно учесть зависимость всех произвольных функций *Φ*, *φ* и *ψ* от группы, добавив к ним еще индекс *i.* Кроме того, уже упоминалось монотонно возрастающее преобразование функции привлекательности, переводящее предпочтения в интенсивности перехода, которое может зависеть от группы, содержащей человека **x**. Это далее используемое преобразование также эквивалентно добавлению индекса *i*, который отражает влияние группы, но лишь на функцию *Φ*.

Результат теоремы говорит лишь о том, что гипотезы 1 и 2 эквивалентны соотношению (2.3). Если же функцию привлекательности невозможно привести к такому виду, то, значит, одна из гипотез несправедлива, но остается не ясным, что нужно править. Слабым утешением служит и то, что все используемые на практике функции легко приводятся к виду (2.3) подбором преобразований факторов *φ* и *ψ* функции *Φ*.

Таким образом, выполнение требований такого взаимодействия факторов, которое выражается гипотезой 2 о самовозмещении, позволяет еще больше уточнить функцию предпочтения (привлекательности). Но это уточнение означает только, что всегда можно оставить той же самой привлекательность новой группы, возникшей из-за изменения в ней какого-либо фактора, изменением того же самого фактора в старой. Однако остается открытым вопрос о выравнивании привлекательности из-за изменения одного фактора, например, дохода путем изменения других факторов, например, экологических и жилищных условий. В данном случае все зависит от вида произвольной функции *Φ*(*z1*, *z2*,…., *zm*), определяющей привлекательность (предпочтение).

Если же заведомо ясно, что все факторы **x** (и, соответственно, **y**) можно разделить на несколько совокупностей так, что эффективность действия на предпочтения отдельного человека факторов из одной не подвержены влиянию факторов из другой, то возникает задача: может ли такое свойство *независимости эффективности факторов из одной совокупности от значений из другой* (или короче *независимости по эффективности*) дать возможность уточнить функцию предпочтения. Не уменьшая общности, можно начать с двух совокупностей **x**=(**x**1, **x**2) (**y**=(**y**1, **y**2)). Затем, разбивая при возможности одну из них на две части, получим три совокупности и так далее.

Примером возможности разбиения факторов на две совокупности могут служить такие: первая – экологические показатели, вторая – показатели криминальной обстановки. Действительно, разве может повлиять на эффективность действия чистоты (или загрязненности) воды на предпочтения отдельного человека, величина другого фактора – количества хищений автомобилей. И, наоборот, эффективность действия такого параметра, как количество автомобильных краж, вряд ли измениться из-за увеличения или уменьшения загрязненности воды. Другими словами, чистота воды и количество автомобильных краж не изменяют силу влияния (эффективность) друг друга на привлекательность, хотя и оказывают влияние на предпочтения отдельного человека.

**Определение.** *Совокупности факторов***x**1(**y**1) *и* **x**2 (**y**2)***,*** *образующих полный набор* **x**=(**x**1, **x**2) [**y**=(**y**1, **y**2)]*, независимы по эффективности, если величина изменения привлекательности при изменении факторов одной совокупности не зависят от значений факторов другой.*

Математически независимость по эффективности означает, что – величина изменения привлекательности при изменении (эффективности) факторов из одной совокупности *Gi(i=1,2,),* где *G1∪G2={1,2,…, m}* и *G1∩G2=∅*, не изменяется при изменении факторов из другой – *Gj (i≠j)*; т. е. *ei(***x**, **y**)=*ei(***x**i, **y**i*)* или



*∀ i, j=1,2.* (2.4)



**Теорема 2.** *Разбиение факторов* **x** *и* **y***, на две совокупности* (**x**1, **x**2) [**x**=(**x**1, **x**2)] *и* (**y**1, **y**2) [**y**=(**y**1, **y**2)] *независимых по эффективности, существует тогда и только*

*тогда, когда функция привлекательности*

*f (***x**, **y***)=Φ1 (***x**1, **y**1*)+Φ2 (***x**2, **y**2*).* (2.5)

**Следствие 1.** *Все факторы* **x** *(***y***) независимы по эффективности тогда и только тогда, когда*

*f (***x**, **y***)=.* (2.6)



Достаточность условий (2.5) и (2.6) теоремы 2 и следствия 1 для выполнения (2.4) проверяется простым дифференцированием, а необходимость (2.4) следует из решений системы дифференциальных уравнений (2.4) в частных производных, которые имеют общий вид, приведенный в (2.5). Соотношение (2.6) получается из (2.5), в случае, когда вначале отщепляется *x1(y1)* в качестве множества *G1,* затем из оставшегося множества *G2* выделяется *x2 (y2)* и т. д. пока в *G2* не остается один последний фактор *xm (ym)*.

**Следствие 2.** *Для независимых по эффективности факторов гипотезы 1 о совпадении и 2 о самовозмещении выполнены, когда*

*f (***x**, **y***)=Φs[φs(ys)*-*φs(xs)];* (2.7)



*и, наоборот, из (2.7) следует, что справедлива гипотеза 1, все факторы* **x** *(***y***) независимы по эффективности и для любого из них выполнена гипотеза 2.*

**3. Примеры конкретных функций**. Теорема 1 и следствия 1 и 2 позволяет ограничить класс функций привлекательности от факторов, которые на практике либо просто равны. либо пропорциональны интенсивностям перехода *λij*. Разберем несколько примеров, в которых будет рассмотрено попарное изменение факторов, независимо от значений всех остальных, предполагаемых фиксированными.

Пример 1. Пусть привлекательности, пропорциональные интенсивностям перехода, не меняются, если факторы *x1* и *y1*. меняются на одну и ту же величину. Тогда из гипотезы 2, точнее из (2.1) следует, что *dx1=dy1.*откуда получается., а функции *ψ1(z)=φ1(z)=z*. В этом случае из теоремы 1 следует, что привлекательность будет зависеть от разностей *y1*- и *x1* первых компонент кортежей факторов **x** и **y**. Это значит, что *λij∝Φ(y1*-*x1*,…), где символ ∝ обозначает пропорциональность. Примером таких факторов могут служить координаты, определяющие расстояния.



Пример 2. Пусть факторы *x2* и *y2* в некоторых двух группах, например, отраслях экономики, меняются так, что их относительные приращения *dx2/x2* и *dy2/y2* одинаковы, т. е. *dx2/x2=dy2/y2*, и при этом не меняется привлекательность отрасли, предлагающей условия **y** для человека, находящегося на уровне **x**. Тогда привлекательности переходов между ними *λij* зависят лишь от отношения факторов *y2*/*x2*. Это следует из того, что из гипотезы 2 получаем *ψ‘2(z)=.* Тогда функции *ψ2(z)=φ2(z)=*ln*z* и общий интеграл дифференциального уравнения (2.2) равен ln*y2*-ln*x2=*ln(*y2/x2)* =const. Другими словами, из постоянства предпочтений, следовательно, и движения (т. е. постоянства интенсивностей перехода, когда остальные параметры не меняются) при пропорциональном к уже достигнутым уравнениям приращениям факторов следует, что *λij∝Φ(…, y2*-/*x2*,…). Заработки людей в отраслях, на предприятиях или регионах служат примером таких благ-факторов подвижности.



Пример 3. Если неизменны предпочтения, определяющие интенсивности перехода, при отношении приростов факторов *x3* и *y3*, обратно пропорциональных к отношению уровней, ими уже достигнутых, т. е. *dx3/dy3=1/(x3/y3)* или *x3dx3=y3dy3*. Тогда из условия (2.1) гипотезы 2 следует, что *ψ‘3=*, а *ψ3(z)=φ3(z)=2z2*. Из результата теоремы 1 теперь имеем *λij∝Φ(…,*,…). Это значит, что движение зависит от разности квадратов достигнутых уровней факторов. Возможно, именно такова зависимость отношения честолюбивого человека к престижу должности.



Пример 4. Пусть *m=3* и функции *Φl (l=1,2,3),* фигурирующие следствии 2, линейны, т. е. *Φl(z)=al+blz.* Если для теоремы 1 *Φ(***z***)=a+***b***T***z**, тогда результирующие функции *Φ* от трех аргументов и для следствия 2 и для теоремы 1 совпадают и равны

*Φ(z1, z2, z3)=a+b1z1+b2z2+b3z3*.

где для следствия 2 *a=a1+a2+a3.* а) Допустим, что все факторы удовлетворяют примеру 1. Тогда, если факторами **x** человек обладает в группе *i,* а факторы **y** ему предложены в группе *j*, то интенсивность его перехода на новое место будет пропорциональна

*f (***x**, **y***)=a+b1(y1*-*x1)+b2(y2*-*x2)+ b3(y3*-*x3).*

б) Если же первый фактор удовлетворяет примеру 1, второй – примеру 2, а третий – примеру 3, то интенсивность переходов одинаково относящихся в силу гипотезы 1 к благам-факторам людей их групп *i* в группу *j* будет

*λij ∝f (***x**, **y***)=a+b1(y1*-*x1)+b2*ln*(y2*/*x2)+b3(y*-*x).*



Пример 5. Пусть *m=3* и все три фактора удовлетворяют примеру 2, а функция фигурирующая в теореме 1 такова

*Φ(z1, z2, z3)=*exp *(a+b1z1+b2z2+b3z3).*

Тем самым предполагается, что нет независимости по эффективности (см. задачу 2). Тогда интенсивности *λij* переходов пропорциональны таким функциям от факторов:

*f (***x**, **y***)=*exp *[a+b1* ln*(y1*/*x1)+b2* ln*(y*2/*x2)+b3(*ln*(y3*/*x3)]=*

*=A,*



где *A=ea.* Очевидно, что в этом примере изменения интенсивностей переходов *λij* и предпочтений при изменении какого-либо одного фактора *xl* или *yl (l=1,2,3)* зависит от значений всех остальных факторов, хотя соотношение (2.1) выполнено, а, следовательно, справедливость гипотезы 2 не нарушена.

Во всех примерах гипотеза 1 выполнена, так как все коэффициенты *a, A,* и *bi* независят от группы, к которой отнесен человек, обладающий набором благ **x**. Более того, обратим внимание на то, что в примерах нигде не учитывалось различие в коэффициентах пропорциональности *φ* и *ψ* приращений факторов-благ. Таким образом, набор функций от факторов, удовлетворяющих условиям гипотез 1 и 2 весьма широк.

**Задачи.**

1. Пусть *I(y1, y2)* –индикатор возрастного интервала *(y1, y2),* где начало и конец – возраст человека (полное число лет), т. е. функция от возраста z, равная 1 при *y1,<z<y2*. и 0 в остальных случаях. Пусть *C* означает, что «нужен поп», *B* – «нужна попадья, *A* – «нужна попова дочка». Функция *F(z)=A•I (18,30)+B•I (0,7)+C•I (60,100).* Ответьте на вопросы из поговорки: «кому нужен поп? кому попадья? кому попова дочка?», выраженные последним соотношением.

2. Проверьте, что эффективности действия факторов на функцию привлекательности из примера 2 зависит от всех других параметров

3. Пусть **z**=(**y**-**x**) и векторы-столбцы **y** и **x** разделены на два подвектора **y**1, **y**2 и **x**1, **x**2 так, что вектор **z** существует и равен [(**y**1-**x**1)*T,* (**y**2-**x**2)*T*]*T*=(**z**1, **z**2). Если матрицы **A**1 и **A**2 таковы, что **z***T***Az** существует и **A**=, а функция предпочтения *f (***x**, **y***)≥0,* т. е. матрицы **A**1 и **A**2 неотрицательно определены. Убедитесь, что а) матрица вторых производных по **y** отличается от **A** наположительный множитель, а по **x** – на отрицательный; б) функция предпочтения удовлетворяет всем условиям как первой группы, т. е. по **y** функция возрастает, а по **x** – убывает, так и второй – функция предпочтения по **y** выпукла вверх, а по **x** – вниз.



**Справки и ссылки**

Следует отметить, что факторы у существующих для практических применений моделей движения населения всегда удовлетворяют условиям гипотез 1 и 2, а некоторые из них вдобавок независимы по эффективности. Так, вид функции из примера 4 а) встречался в работе [Бородкин и Соболева], а первые два слагаемых из примера 4 б) использовались, правда несколько в другой ситуации, в работе [Rogers]. Вид этих зависимостей, называемый часто экономистами моделями, указывает на то, что предполагается, согласны все с этим или нет, выполнение условий гипотез 1, 2 и все удовлетворяющие примеру 1 факторы независимы по эффективности. Последнее утверждение обосновано непосредственно следствием 2 и теми функциями регрессии, которые использовались в упомянутых работах.

Более сложная модель зависимости подвижности людей от благ-факторов на старом и новом местах – функция из примера 5 для большего числа факторов – применялась работе [Матлин]. Для нее выполнены условия гипотез 1 и 2, что вытекает из теоремы 1, но эффективности всех факторов зависят от уровня остальных.

Исследователи подвижности населения всегда вводили функции привлекательности одних условий (скажем, будущих) по сравнению с другими (например, уже имеющимися у человека) только из содержательных соображений. Больше того, эти соображения всегда были ограничены возможностью оценки воздействия отдельных факторов на саму привлекательность, так как хотелось как можно скорее получить влияние изменения каждого фактора на потоки и управлять ими. В данной главе сделана попытка, с теоретических позиций, осмыслить постоянно используемые функции, примеры которых приведены. Поэтому при вводе общих функций появляется возможность появления гистерезиса во времени, когда человек не приживается на новом месте, о чём начинают говорить демографы.

**Литература**

1. Бартоломью Д. Стохастические модели социальных процессов. Изд. «Финансы и статистика», Москва, 1985 г.
2. Бедность: альтернативные подходы к определению и измерению. Cornegie Endowment for International Peace. М. 1998 г.
3. Белкина Т.А., Лёвочкина М.С. Исследование модели оптимального управления негосударственным пенсионным фондом. В сборнике «Математические модели экономики». Изд. МГИЭМ, 2002
4. Борокин Ф.М., С.В. Соболева. Прогнозирование миграции и численности населения системой дифференциальных уравнений. Сборник Математические методы в социологии. Новосибирск, 1974 т.
5. Бреев Б.Д. Староверов О.В. Об одном методе учёта факторов в движении населения. «Экономика и математические методы», № 1, 1979 г.
6. Гаврилец Ю.Н. Компромисс интересов и справедливость в оплате труда (модельный анализ). «Экономика и математические методы», том 28, выпуск 1. 1992 г.
7. Гаврилец Ю.Н. Модель равновесного функционирования экономики с переменной структурой населения. «Экономика и математические методы», том 30, вып. 2, 1994 г.
8. Гегель Г. Политические произведения, Изд. «Наука». М. 1978 г.
9. 12. Гончаренко А.Б., Староверов О.В. Подвижность населения и качество жизни. Экономика и математические методы. Том 37, выпуск 1. М. 2002 г.
10. Зайончковская Ж.А. Новосёлы в городах (методы изучения подвижности). «Статистика», М. 1974 г.
11. Заславская Т.И., Рывкина Р.В. *Социология экономической жизни.* Изд. «Наука», Новосибирск, 1991 г.
12. Изард У. *Методы регионального анализа: введение в науку о регионах.* М.: «Прогресс», 1966.
13. Кемкеи Снелл. *Кибернетическое моделирование.* Изд. «Сов. Радио», М. 1972 г.
14. Кендалл М.Дж.и А. Стьюарт *Теория распределений* «Наука», М:1966 г.
15. Колмогоров А.Н. *Теория вероятностей и математическая статистика*. Изд. «Наука», М. 1986 г.
16. Култыгин В.П. *Классическая социология.* Изд. «Наука», М. 2000 г.
17. Леман Э. Проверка статистических гипотез. «Наука». М: 1964 г.
18. Матлин И.С. «Моделирование размещения населения». Изд. «Наука», М.1975 г.
19. *Миграция населения* (редактор Воробьёва О.Д.). Изд. Министерства по делам федерации, национальной и миграционной политики РФ. М. 2001 г.
20. Моделирование социальных процессов. Изд. РЭА им. Плеханова, М.1993 г.
21. Нестерова Д., Сабирьянова К. Инвестиции в человеческий капитал в переходной период в России. Научный доклад № 99–04, РПЭИ / Фонд Евразия, 1999.
22. Орлов А.И. Устойчивость в социально-экономических моделях. М: Изд. «Наука», 1979.
23. Рао С.Р. «Линейные статистические методы и их применение». «Наука», М:1968 г.
24. Результаты обследования движения трудовых ресурсов Латвийской ССР за 1973 год, Рига, Центральное статистическое управление при Совете Министров Латвийской ССР, 1975.
25. Российские статистические ежегодники: Госкомстат России. – М.
26. Сен Амартия. *Об этике и экономике.* Изд. «Наука», М. 1996 г.
27. Система знаний о народонаселении (редактор Валентей Д.И.) «Высшая школа», М. 1991 г.
28. Соболева С.В. «Демографические процессы в региональном и социально-экономи-ческим развитии». Изд. «Наука», Новосибирск, 1998 г.
29. Современная демография. Под ред. А.Я. Кваши, В.А. Ионцева. Изд. МГУ. 1995 г.
30. Староверов О.В. (1978). Сложные факторы в моделях движения населения. Сборник *Прикладной многомерный статистический анализ*. «Наука», Москва.
31. Староверов О.В. (1979) Модели движения населения. Изд. «Наука» Москва.
32. Староверов О.В. (1997). Условия жизни и межгрупповая мобильность. Экономика и математические методы. Том 33, вып. 4
33. Староверов О.В. (1997) *Азы математической демографии.* Изд. «Наука», М.
34. Староверов О.В. (2003) Общая модель движения населения. Труды международной научно-практической конференции по миграции населения и перспективам демографического развития: России. Изд. ГУ ИМЭИ при МЭ, М.
35. Староверова Т.О. О распределении социальной помощи бедным. «Экономика и математические методы». № 1, Москва, 2003 г.
36. Толстая тетрадь. Экономическая школа. Выпуск 2. СП б. 1992 г.
37. Фихтенгольц Г.Ф. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Том I. Стр. 188–189.
38. Чапек В.Н. и др. К вопросу о миграции из России интеллектуальных ресурсов труда. В сборнике «Международная конференция Миграция населения и перспективы демографического развития России». Изд. ГУ ИМЭИ, М. 2003 г.
39. Alonso W. Theory of Movements: Introduction. Berkley. Institute of Urban and Regional Development. University of California, 1976.
40. Atkinson A. On the Measurement of Poverty. Econometrica, 1987. Vol.55, No 4.
41. Bartholomew D.J. (1982). Stochastic Models for Social Processes. J. Wiley. Chichester – New York.
42. Begg D, Fischer S, Dornbusch R. Economics. McGraw-Hill. London, New York, 1991
43. Bourguignon François. Decomposable Income Inequality Measures. Econometrica, v. 47, № 3. 1979.
44. Bourguignon F., G. Fields «Discontinuous loss from Poverty, generalized measures, and optimal transfers to the poor». XI the World Congress of IEA. Tunis, 18–22 December 1995.
45. Cossinus H. (1976). Quelque points de vue sur l'analyse des talleaux d'echauges. Annals de L'ISEE, N22–23.
46. Cowell F. Measures of Distribution Change: An Axiomatic Approach. *The Review of Economic Studies*, Vol. LII (1), No 168. 1985.
47. Dagum C. Inequality Measure between Income Distributions with Applications. Econommetrica, v. 48, N7, 1980
48. Isard W. (1960). Methods of Regional Analysis: an Introduction to Regional Science. New York.
49. Journal of Econometrics. V 42, № 1, за 1989 г.
50. Fields. Place-to-Place Migration: Some new Evidence. Review of Economics and Statistics. Vol. LXI, N1, 19879.
51. Foster J.E., Shorrocks A.F. «Poverty Orderings». Econometrica, V.56, № 1, 1988.
52. Holmlund В. Labour Mobility. IUI, Stokholm, (1984).
53. Ravallion M. Poverty Comparison. Harwood Academic Publisher, 1992.
54. Ravenstein E.G. The Lows of Migration. Journal of the Royal Statistical Society. 1885 и 1889 годы, XLVIII и LII
55. Rogers A. Introduction to Mathematical Demography, John Willey, 1975.
56. Rosen S. Human Capital. In *Handbook of Public Economics,* Vol. 1. Ed. Auerbach and Feldstein, Amsterdam: North Holland. 1985
57. Sen A. Poverty; an Ordinal Approach to Measurement. Econometrica, 1976, No 2.
58. Shakhnovich R., Yudashkina G. Wage-Setting and Employment Behavior of Enterprises during the Period of Economic Transition. WP № 01–04, EERC. 2001
59. Shorrocks A.F. The class of Additively Decomposable Measures. Econometrica, v. 48, ¹3. 1980.
60. Shorrocks Antony «Notes end Comments Revisiting the Sen Poverty Index», Econometrica. Vol. 63, No 5. (September, 1995, pp 1225–1230.
61. Weidlich W., G. Haag (Eds), (1988). International Migration. Springer – Verlag, New York – London – Tokyo.

1. Как известно, этого принципа не придерживалась старуха из сказки о золотой рыбке Пушкина, за что и была наказана. [↑](#footnote-ref-1)