**БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАТИКИ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ**

**кафедра ЭТТ**

**РЕФЕРАТ на тему:**

**«****Теория идеальных оптических систем (параксиальная или гауссова оптика)»**

**МИНСК, 2008**

### В параксиальной области (бесконечно близко к оптической оси), любая реальная система ведет себя как идеальная:

Каждой точке пространства предметов можно поставить в соответствие сопряженную ей точку в пространстве изображений.

Каждая прямая линия имеет сопряженную ей прямую линию в пространстве изображений.

Каждая плоскость пространства предметов имеет сопряженную ей плоскость в пространстве изображений. Из этих положений следует, что:

Меридиональная плоскость имеет сопряженную ей меридиональную плоскость в пространстве изображений.

Плоскость в пространстве предметов, перпендикулярная оптической оси, имеет сопряженную ей плоскость, перпендикулярную оптической оси в пространстве изображений.

### ***Линейное, угловое, продольное увеличение***

#### **Линейное (поперечное) увеличение**

**Линейное увеличение оптической системы** – это отношение линейного размера изображения в направлении, перпендикулярном оптической оси, к соответствующему размеру предмета в направлении перпендикулярном оптической оси (рис.1):

 . (1)

*y*

*y'*

*плоскость*

*предметов*

*плоскость*

*изображений*

*Рисунок 1 – Сопряженные линейные величины*

Если *β>0*, то отрезки *y* и *y΄* направлены в одну сторону, если *β<1*, то отрезки *y* и *y΄* направлены в разные стороны, то есть происходит оборачивание изображения.

Если *│β│>1* , то величина изображения больше величины предмета, если*│β│<1*, то величина изображения меньше величины предмета.

Для идеальной оптической системы линейное увеличение для любой величины предмета и изображения в одних и тех же плоскостях одно и то же. **Угловое увеличение**

**Угловое увеличение оптической системы** – это отношение тангенса угла между лучом и оптической осью в пространстве изображений к тангенсу угла между сопряженным с ним лучом в пространстве предметов и осью (рис.2):

  . (2)

-α

α'

*Рисунок 2 – Сопряженные угловые величины*

В параксиальной области углы малы, и следовательно, угловое увеличение – это отношение любых из следующих угловых величин:

. (3)

**Продольное увеличение**

**Продольное увеличение оптической системы** – это отношение бесконечно малого отрезка, взятого вдоль оптической оси в пространстве изображений, к сопряженному с ним отрезку в пространстве предметов (рис.3):

  . (4)

 ΄

*Рисунок 3 – Сопряженные продольные отрезки*

### ***Кардинальные точки и отрезки***

Рассмотрим плоскости в пространстве предметов и сопряженные им плоскости в пространстве изображений. Найдем пару плоскостей, в которых линейное увеличение равно единице. В общем случае такая пара плоскостей существует, причем только одна (исключением являются афокальные или телескопические системы, для которых такие плоскости могут не существовать или их может быть бесконечное множество).

**Главными плоскостями системы** называется пара сопряженных плоскостей, в которых линейное увеличение равно единице *(β=1).*

**Главные точки** *H* и *H΄* – это точки пересечения главных плоскостей с оптической осью.

Рассмотрим случай, когда линейное увеличение равно нулю, или бесконечности. Отодвинем плоскость предметов бесконечно далеко от оптической системы. Сопряженная ей плоскость называется **задней фокальной плоскостью**, а точка пересечения этой плоскости с оптической осью – **задний фокус** *F΄* (рис.4).

*F*

**1**

**2**

*H*

*H΄*′

**1΄**

**2΄**

*F΄*′

*SF*

*S΄F*



*f*

*f ΄*

*Рисунок 4 – Кардинальные точки и отрезки*

Расстояние от задней главной точки до заднего фокуса называется **задним фокусным расстоянием** *f΄.*

Расстояние от последней поверхности до заднего фокуса называется **задним фокальным отрезком** .

**Передний фокус** *F* – это точка на оптической оси в пространстве предметов, сопряженная с бесконечно удаленной точкой, расположенной на оптической оси в пространстве изображений.

Если лучи выходят из переднего фокуса, то они идут в пространстве изображений параллельно.

**Переднее фокусное расстояние** *f* – это расстояние от передней главной точки до переднего фокуса.

**Передний фокальный отрезок**  – это расстояние от первой поверхности до переднего фокуса.

Если , то система называется **собирающей** или **положительной.** Если , то система **рассеивающая** или **отрицательная.**

Переднее и заднее фокусные расстояния не являются абсолютно независимыми, они связаны между собой соотношением:

 . (5)

Выражение (5) можно переписать в виде:

 , (6)

где  – **приведенное** или **эквивалентное фокусное расстояние**.

В том случае, если оптическая система находится в однородной среде (например, в воздухе) , следовательно, переднее и заднее фокусные расстояния равны по абсолютной величине .

**Оптическая сила** оптической системы:

. (7)

Чем больше оптическая сила, тем сильнее оптическая система изменяет ход лучей. Если  то.

### ***Построение изображений***

Найдем изображение *A΄* точки *A.* Для этого необходимо построить хотя бы два вспомогательных луча, на пересечении которых и будет находиться точка *A΄* (рис.5). Вспомогательный луч ***1*** можно провести через точку *A* параллельно оптической оси. Тогда в пространстве изображений луч ***1΄*** пройдет через задний фокус оптической системы. Вспомогательный луч ***2*** можно провести через точку *А* и передний фокус оптической системы. Тогда в пространстве изображений луч ***2΄*** пойдет параллельно оптической оси. На пересечении лучей ***1΄*** и ***2΄*** будет находиться изображение точки *A*. Теперь в точке *A΄* пересекаются все лучи (***1-2-3***), выходящие из точки *A*.

*H H΄*

*A*

2

1

3

*F*

*K*1

*K*3

*K*2

*K΄*1

*K΄*3

*K΄*2

3'

2'

1'

*F΄*′

*A΄*

*Рисунок 5 – Построение изображения точки*

Построим теперь ход луча *r* (рис.6).

**1 способ**. Можно построить вспомогательный луч, параллельный данному и проходящий через передний фокус (луч ***1***). В пространстве изображений луч ***1΄*** будет идти параллельно оптической оси. Так как лучи *r* и ***1*** параллельны в плоскости предметов, то в пространстве изображений они должны пересекаться в задней фокальной плоскости. Следовательно, луч *r΄* пройдет через точку пересечения луча ***1΄*** и задней фокальной плоскости.

**2 способ**. Можно построить вспомогательный луч, идущий параллельно оптической оси и проходящий через точку пересечения луча *r* и передней фокальной плоскости (луч ***2***). Соответствующий ему луч в пространстве изображений (луч ***2΄***) будет проходить через задний фокус. Так как лучи *r* и ***2*** пересекаются в передней фокальной плоскости, в пространстве изображений они должны быть параллельными. Следовательно, луч *r΄* пойдет параллельно лучу ***2΄.***

*r*

***2***

*n H H΄*

*r΄*

***1'***

***2'***

*A΄*

*n΄*

*y΄*

ω

ω

*F*

*F΄*′

***1***

*Рисунок 6 – Построение хода луча*

**Основные соотношения параксиальной оптики**

Основные соотношения параксиальной оптики связывают между собой фокусные расстояния, положение и размеры предмета и изображения, угловое, линейное и продольное увеличения.

### ***Вывод зависимости между положением и размером предмета и изображения***

*y*

*A*

***2***

***1***

***3***

*K1*

*K1'*

*f'*

***3'***

*z'*

*O*

α

*H H'*

*F F'*

α΄

***1'***

*O'*

*y΄*

*- z*

*- f*

*K2 K2'*

***2'***

*A'*

*- a a'*

*Рисунок 7 – Схема для вывода основных соотношений параксиальной оптики*

Для вывода зависимости между положением и размером предмета и изображения воспользуемся рис.7.  подобен , следовательно:

, отсюда .

Тогда, в соответствии с выражением (1), линейное увеличение можно выразить следующим образом:

. (8)

Аналогично, из подобия треугольников  и  можно получить выражение:

 . (9)

Таким образом, увеличение можно выразить как через передние, так и через и задние отрезки. Отсюда можно получить **формулу Ньютона**:

 . (10)

Если оптическая система находится в однородной среде (), то , и формула Ньютона получает вид:

. (11)

Выразим *z* и *z΄* через фокусные расстояния и передний (-a) и задний (a΄) отрезки:



.

Тогда выражение (11) можно записать в виде:

.

После преобразований получим выражение, связывающее фокусные расстояния и передний и задний отрезки (**формула отрезков** или **формула Гаусса**):

 . (12)

### ***Угловое увеличение и узловые точки***

Теперь рассмотрим угловое увеличение, опять воспользовавшись рис.7. Из , видно, что:

, отсюда .

Аналогично можно вывести выражение:

 .

Теперь можно выразить угловое увеличение через передний и задний отрезки:

 (13)

Выразим z΄ из формулы Ньютона (5.14), тогда после преобразований получим выражение для вычисления углового увеличения:

 (14)

Из выражения (14) следует, что если выбрать плоскости предмета и изображения таким образом, что  и , то в точках пересечения этих плоскостей с осью угловое увеличение равно единице. Такие точки называются **узловыми точками**.

Чтобы найти узловые точки N и N΄, от переднего фокуса откладывается заднее фокусное расстояние, а от заднего фокуса откладывается переднее фокусное расстояние (рис.8). Отрезки NN΄ и HH΄ равны. Если  (), то узловые точки совпадают с главными.

*F*

-α

*f΄*

*H*

*N N΄*

*H΄*

*f F΄*

α΄

*Рисунок 8 – Узловые точки*

Следствием выражений (5.13) и (5.18) является следующее соотношение:

 (15)

### ***Частные случаи положения предмета и изображения***

Рассмотрим различные положения предмета и изображения (различные z и z΄):

1. - . Тогда , линейное увеличение , следовательно, предмет и изображение – это главные плоскости. Угловое увеличение .

- . Тогда , угловое увеличение W=1, следовательно, предмет и изображение – это узловые точки. Линейное увеличение .

- . Тогда , линейное увеличение , угловое увеличение , следовательно, предмет находится на двойном фокусном расстоянии, то есть расстояние между предметом и изображением минимально.

- . Тогда , линейное увеличение , угловое увеличение , следовательно, предмет находится в переднем фокусе, а изображение – в бесконечности.

- . Тогда , линейное увеличение , угловое увеличение , следовательно, предмет находится на бесконечности, а изображение – в заднем фокусе.

### ***Связь продольного увеличения с поперечным и угловым***

*А*



*A1*

-*z1*

*z*

*F*

*F΄*

*z1΄*

*А΄* ΄

*z΄*

*A1΄*

*Рисунок 9 – Связь продольного увеличения с поперечным и угловым*

Рассмотрим рис.9. Длину отрезков *l* и *l΄* можно выразить следующим образом:

.

По определению продольного увеличения:

.

После преобразований, получим:

 (16)

где β и β1 – поперечные (линейные) увеличения в точках *A΄* и *A1΄.*

Или, :

 . (17)

Теперь рассмотрим продольное увеличение для бесконечно малых отрезков () (по определению это и есть продольное увеличение). В этом случае линейное увеличение в точках *A΄* и *A΄1* будет одинаковым, следовательно:

. (18)

Из выражения (16) можно получить:

 (19)

Если оптическая система находится в однородной среде (), то:

. (20)

То есть продольное увеличение равно квадрату линейного увеличения, а угловое обратно пропорционально ему.

### ***Диоптрийное исчисление***

**Диоптрийное исчисление** – это измерение продольных отрезков в обратных единицах (диоптриях):



где  – приведенная длина.

Одна диоптрия соответствует приведенному отрезку в 1м. Если отрезок измеряется в мм, то обратный отрезок измеряется в килодиоптриях.

Используя формулу отрезков (5.16) и выражение (5.9) можно получить важное соотношение для приведенных отрезков в пространстве предметов и изображений и оптической силы, измеряемых в диоптриях:



или

 (21)

где *D* и *D΄* – приведенные передний и задний отрезки в диоптриях. То есть оптическая система увеличивает приведенный отрезок в пространстве изображений (в дптр) на величину оптической силы.

### ***5.3.6 Инвариант Лагранжа-Гельмгольца***

Инвариант Лагранжа-Гельмгольца связывает линейный размер предмета и угловой размер пучка лучей (рис.10). Эта величина инвариантна, то есть неизменна в любом пространстве.

*y*

*n n′*

-α

 α′

*Рисунок 10 – Величины, которые связывает инвариант Лагранжа-Гельмгольца*

Для вывода этого инварианта воспользуемся выражением (18), связывающим угловое и линейное увеличения. Тогда воспользовавшись выражениями (5.5) и (5.7), определяющими линейное и угловое увеличения, получим следующее соотношение:

 . (22)

Выражение (22) можно преобразовать, и тогда получим **инвариант Лагранжа-Гельмгольца:**

 . (23)

Инвариант Лагранжа-Гельмгольца характеризует информационную емкость оптической системы, то есть величину пространства, которое может быть отображено оптической системой. Этот инвариант математически выражает закон сохранения информации в геометрической оптике.

**ЛИТЕРАТУРА**

Бегунов Б.Н., Заказнов Н.П. и др. Теория оптических систем. – М.: Машиностроение, 2004 2004

Заказнов Н.П. Прикладная оптика. – М.: Машиностроение, 2002 2002

Дубовик А.С. Прикладная оптика. – М.: Недра, 2002 2002

Нагибина И.М. и др. Прикладная физическая оптика. Учебное пособие.- М.: Высшая школа, 2005 2005