МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНЖЕНЕРНОЙ ЭКОЛЛОГИИ.

МЦВО.

**РЕФЕРАТ ПО ФИЗИКЕ**

**на тему**

**«Волны в упругой среде. Волновое уравнение».**

Выполнил:

студент группы М-13

машиностроительного факультета

Калинин Валерий.

Преподаватель:

Степанюк Владислав Николаевич.

г. Домодедово.

1999 год.

СОДЕРЖАНИЕ.

стр.

**Глава I.** Волна.

**§**1. Понятие упругой волны. Поперечные и продольные волны. .................................... 2

**§**2. Фронт волны. Длина волны. ........................................................................................ 3

**Глава II.**  Волновое уравнение.

**§**1. Математические сведения. ........................................................................................... 4

**§**2. Упругие волны в стержне.

1) волновое уравнение. .................................................................................................. 5

**§**3. Упругие волны в газах и жидкостях.

1. волновое уравнение; .................................................................................................. 8
2. случай идеального газа .............................................................................................. 9

***Список использованной литературы. ............................................................................... 11***

***Практические задания.***

*Задача №1. ............................................................................................................................. 12*

*Задача №2. ............................................................................................................................. 13*

*Задача №3. ............................................................................................................................. 14*

**Глава I.**

**Волна.**

**§1. Понятие волны. Поперечные и продольные волны.**

Если в каком-либо месте упругой (твердой, жидкой или газообразной) среды возбудить колебания ее частиц, то вследствие взаимодействия между частицами это колебание будет распространяться в среде от частицы к частице с некоторой скоростью *v*. Процесс распространения колебаний в пространстве называется ***волной*.**

*Частицы среды*, в которой распространяется волна, *не вовле­каются волной в поступательное движение*, они лишь совершают колебания около своих положений равновесия. В зависимости от направления колебаний частиц по отношению к направлению, в котором распространяется волна, различают продольные и поперечные волны. В продольной волне частицы среды колеблются вдоль направления распространения волны. В попереч­ной волне частицы среды колеблются в направлениях, перпендику­лярных к направлению распространения волны. Упругие попереч­ные волны могут возникнуть лишь в среде, обладающей сопротивле­нием сдвигу. Поэтому в жидкой и газообразной средах возможно возникновение только продольных волн. В твердой среде возможно возникновение как продольных, так и поперечных волн.

Рисунок 1

На рис. 1 показано движение частиц при распространении в среде поперечной волны. Номерами 1, 2 и т. д. обозначены час­тицы, отстоящие друг от друга на расстояние, равное 1/*4vТ*, т. е. на расстояние, проходимое волной за четверть периода колебаний,

совершаемых частицами. В момент времени, принятый за нулевой, волна, распространяясь вдоль оси слева направо, достигла час­тицы 1, вследствие чего частица начала смещаться из положения равновесия вверх, увлекая за собой следующие частицы. Спустя четверть периода частица 1 достигает крайнего верхнего положе­ния; одновременно начинает смещаться из положения равновесия частица 2*.* По прошествии еще четверти периода первая частица будет проходить положение равновесия, двигаясь в направлении сверху вниз, вторая частица достигнет крайнего верхнего положе­ния, а третья частица начнет смещаться вверх из положения рав­новесия. В момент времени, равный *Т,* первая частица закончит полный цикл колебания и будет находиться в таком же состоянии движения, как и в начальный момент. Волна к моменту времени T, пройдя путь *vТ,* достигнет частицы *5.*

На рис. 2 показано движение частиц при распространении в среде продольной волны. Все рассуждения, касающиеся поведе­ния частиц в поперечной волне, могут быть отнесены и к данному случаю с заменой смещений вверх и вниз смещениями вправо и влево. Из рисунка видно, что при распространении продольной волны в среде создаются чередующиеся сгущения и разрежения частиц (места сгущения частиц обведены на рисунке пунктиром), перемещающиеся в направлении распространения волны со ско­ростью *v.*

Рисунок 2

**§2. Фронт волны. Длина волны.**

На рис. 1 и 2 показаны колебания частиц, положения равновесия которых лежат на оси *х.* В действительности колеблют­ся не только частицы, расположенные вдоль оси *х,* а совокупность частиц, заключенных в некотором объеме. Распространяясь от ис­точника колебаний, волновой процесс охватывает все новые и но­вые части пространства. Геометрическое место точек, до которых доходят колебания к моменту времени t*,* называется *фронтом волны* (или *волновым фронтом*). Фронт волны пред­ставляет собой ту поверхность, которая отделяет часть пространства, уже вовлеченную в волновой процесс, от области, в которой ко­лебания еще не возникли.

Геометрическое место точек, колеблющихся в одинаковой фазе, называется *волновой поверхностью*. Волновую по­верхность можно провести через любую точку пространства, охваченного волновым процессом. Следовательно, волновых поверхностей существует бесконечное множество, в то время как волновой фронт каждый момент времени только один. Волновые поверхности остаются неподвижными. Волновой фронт все время перемещается.

Волновые поверхности могут быть любой формы. В простейших случаях они имеют форму плоскости или сферы. Соответственно волна в этих случаях называется плоской или сфериче­ской. В плоской волне волновые поверхности представляют со­бой множество параллельных друг другу плоскостей, в сфериче­ской волне — множество концентрических сфер.

Рассмотрим случай, когда плоская волна распространяется вдоль оси *х.* Тогда все точки среды, положения равновесия кото­рых имеют одинаковую координату *х* (но различные значения координат y и z), колеблются в одинаковой фазе.

Рисунок 3

На рис. 3 изображена кривая, которая дает смещение  из положения равновесия точек с различными *x* в некоторый мо­мент времени. Не следует воспринимать этот рисунок как зримое изображение волны. На рисунке показан график функции *(х, t)* для некоторого фиксированного момента времени t*.* С течением времени график перемещается вдоль оси *х.* Такой график можно строить как для продольной, так и для поперечной волны. В обоих случаях он выглядит одинаково.

Расстояние , на которое распространяется волна за время, равное периоду колебаний частиц среды, называется *длиной волны*. Очевидно, что

 *=vТ,* (1.1)

где *v* – скорость волны, Т – период колебаний. Длину волны можно определить также как расстояние между ближайшими точками среды, колеблющимися с разностью фаз, равной 2П. Заменив в соотношении (1.1) Т через 1/ ( – частота колебаний), получим

 =*v (1.2)*

Рассмотрев кратко основные понятия, связанные с волной, перейдем к описательной стороне, т.е. волновому уравнению.

**Глава II.**

**Волновое уравнение.**

**§1. Математические сведения.**

Этот параграф является математическим введением к тому *динами­ческому* рассмотрению волн, которое будет дано в $2. Рассмотрим *произвольную* функцию

 *f(at-bx)*  (2.3) от аргумента *аt—bх.* Продифференцируем ее дважды по t*:*

 (2.4)

Здесь штрих означает дифференцирование по аргументу *at—bx.* Продифференцируем теперь нашу функцию дважды по *х:*

 (2.5)

Сравнивая (2.4) и (2.5), мы убеждаемся, что функция (2.3) удовлетво­ряет уравнению

** (2.6)

где

*u=a/b.*

Легко видеть, что этому же уравнению удовлетворяет произвольная функция

 *f(at+bx)*  (2.7) (2.7) аргумента *at+bx,* а также сумма функций вида (2.3) и (2.7).

Функции (2.3) и (2.7) изображают при положительных a, b пло­ские волны, распространяющиеся, не деформируясь, со скоростью *и* в сто­рону соответственно возрастающих или убывающих значений *х* \*\*).

Уравнение (2.6)—дифференциальное уравнение в частных производ­ных, играющее в физике очень важную роль. Оно называется *волновым уравнением.* В математических курсах доказывается, что оно не имеет решений, отличных от тех, которые могут быть представлены функциями вида (2.3) и (2.7) или суперпозицией таких функций, например,

f1(at - bх) + f2(at+bx).

Всякий раз, когда из физических соображений можно установить, что та или иная физическая величина *s* удовлетворяет уравнению вида

 (2.6а)

мы сможем на основании сообщенных здесь математических сведений за­ключить, что процесс изменений этой величины носит характер плоской, волны, распространяющейся в ту или другую сторону со скоростью *и,* или суперпозиции таких волн.

Вид функций f1, f2 опре­деляется характером движения источника волн, а также явлениями, происходящими на границе среды.

Пусть источником волн является плоскость *х*=0, при­чем на этой плоскости величина S колеблется но закону s *=Acoswt.* В этом случае от плоскости *х=*0 распространяются вправо и влево волны

s= Acos(wtkx), k =.

Из линейности волнового уравнения следует, что если ему удов­летворяют функции s1, *s2,s3*, ... в отдельности, то ему удовлетворяет также функция

S == S1 + S2 + S3 + ...

*(принцип, суперпозиции).*

Рассмотрим несколько примеров.

а) Волновому уравнению удовлетворяют синусоидальные бегущие волны

s1 = Aсоs(wt — kx*),*s2= Acos(wt+kx).

На основании принципа суперпозиции волновому уравнению удовлетво­ряет стоячая волна

 s=2Acoskx coswt

являющаяся суперпозицией только что рассмотренных синусоидальных бегущих волн.

б) Волновому уравнению на основании принципа суперпозиции удо­влетворяет всякая функция вида

S=

Это—функция вида *f(at—bx);* она изображает несинусоидальную волну, распространяющуюся без деформации в сторону возрастающих *х.*

в) Пусть волны S1, S2, имеющие вид коротких импульсов, распростра­няются навстречу одна другой. В некоторый момент моментальный снимок суперпозиции S1 + S2 этих волн имеет вид, показанный на рис. 4,а. Через некоторое время моментальный снимок волны будет иметь вид, показанный на рис. 4, б, – волны пройдут «одна сквозь другую» и притом каждая так, как будто другой не существует.

**§2. Упругие волны в стержне.**

**1. волновое уравнение.**

В предыдущем параграфе мы рассмотрели математическую сторону волнового уравнения. В этом же параграфе я хотел бы на конкретном примере рассмотреть как работает тот математический аппарат.

Рисунок 4

Применим второй закон Ньютона и закон сложения сил к движению куска стержня, заключенного между двумя плоскостями *x* и *х+х*. Масса этого куска равна р0S0*х,* где р0 иS0 – соответственно плотность и сечение в отсутствие деформации. Пусть  – смещение центра тяжести рассматриваемого куска. Тогда



слева стоит произведение массы куска на ускорение *д­­­2*/*дt2* его центра тяжести, справа – результирующая внешних сил, действующая на кусок.

Разделим уравнение на S0:

 (2.7)

Перейдя к пределу при , получим уравнение

  (2.8)

справедливое в каждой точке стержня. Оно указывает, что ускорение данной точки пропорционально частной производной напряжения по ж в этой точке.

Подставляя в (2.8) соотношение (2.7), получим:

  (2.9)

Вспомнив теперь формулу , содержащую определение дефор­мации, и подставив ее в (2.9), получаем:

 * (2.10)*

*Это—волновое уравнение.*Оно указывает, что смещение распростра­няется но стержню в виде волн

  (2.11)

или образует суперпозицию таких волн. Скорость распро­странения этих волн *(скорость звука* в стержне)

  (2.12)

(мы опускаем для краткости индекс 0 у р). Эта скорость тем больше, чем жестче и чем легче материал. Формула (2.12)—одна из основных формул акустики.

Наряду со смещением  нас интересуют скорость *v* = , с которой

.движутся отдельные плоскости х = const (не смешивать с *u*), деформация  инапряжение . Дифференцируя (2.11)по *t* и но *x*,получаем:

 *v=uf’(x**ut)* (2.13a)

*=f'(x  ut),* (2.13б)

*=Ef’ (x  ut).* (2.13в)

Таким образом, смещение, скорость, деформация и напряжение распро­страняются в виде связанных определенным образом между собой неде­формирующихся волн, имеющих одну и ту же скорость и одинаковое на­правление распространения.

На рис. 5 показан пример «моментальных снимков», относящихся к одному и тому же моменту времени, смещения, деформации и скорости в одной и той же упругой волне. Там, где смещение имеет максимум или минимум, деформация и скорость равны нулю, так как они обе пропорцио­нальны производной *f'{x  ut).* Физическая интерпретация здесь оче­видна: около максимума или минимума смещения соседние (бесконечно близкие) точки одинаково смещены и, следовательно, нет ни растяже­ния, ни сжатия; в тот момент, когда смещение достигает максимума (ми­нимума), его возрастание сменяется убыванием (или наоборот).

Сравнивая формулы (2.13а), (2.13в) и принимая во внимание (2.12) мы видим, что

  (2.14)

где

  (2.15)

есть величина, не зависящая от вида функции f и целиком определяемая свойствами материала. Эта величина называется *удельным акустическим сопротивлением* материала. Она является, как мы видим, наряду с u его важнейшей акустической характеристикой. Название величины  связано с формальной аналогией между уравнениями (2.14) и законом Ома (*р* аналогично разности потенциалов, *v* - силе тока).

**§ 2. Упругие волны в газах и жидкостях**

1. **Волновое уравнение.**

 Мы рассматриваем здесь газ или жидкость (так же как твердое тело в предыдущих параграфах) как сплошную непре­рывную среду, отвлекаясь от его атомистической структуры. Под смеще­нием  мы здесь понимаем (как и в § 1) общее смещение вещества, запол­няющего объем, заключающий в себе очень много атомов, но малый по сравнению с длиной волны.

Будем считать, что рассматриваемый газ или жидкость находятся в очень длинной цилиндрической трубе, образующие которой парал­лельны оси *х,* и что смещение зависит только от одной координаты *х.* Мы можем применить к столбу газа или жидкости, заполняющему трубу, те же рассуждения, что и к стержню (§ 1). Мы придем, таким образом, к уравнению

 (2.16)

где *р = —*  есть давление в газе или жидкости. Здесь — значение плот­ности в состоянии равновесия. Пусть ей соответствует давление *р0.* Ве­личины *р0*,  не зависят ни от *х*, ни от *t.*

Уравнение (2.16) применимо и в случае плоских волн в неограничен­ной жидкой или газообразной среде (можно мысленно выделить цилин­дрический столб, параллельный направлению распространения и при­менить к нему те же рассуждения, что к столбу, заключенному в трубе).

Как известно из термодинамики, *р* есть функция плотности данной массы газа (или жидкости) и ее температуры. Температура в свою оче­редь изменяется при сжатии и разрежении. Теплопроводность газов и жидкостей очень мала, поэтому можно считать в первом приближении, что при распространении звука процесс сжатия и разрежения каждой части газа или жидкости происходит *адиабатически,* т. е. без заметного теплообмена с соседними частями. В термодинамике показывается, что в этом случае (если можно пренебречь внутренним трением и некоторыми другими явлениями температура является однозначной функцией плотности , и следовательно, давление также.

 При заданной деформации ** в твердом теле также зависит от температуры. Но в акустике твердых тел это обстоятельство не играет, существенной роли.

В газах и в жидкостях за некоторыми исключениями (например вода, при температуре ниже 4° С) температура растет при сжатии и уменьшается при расшире­нии.

Есть однозначная функция плотности:

*p=f(p).* (2.17)

Введем обозначения

, (2.18) где и  — соответственно изменения давления и плотности при нару­шении равновесия.

Подставляя первую формулу (2.18) в (2.16) и принимая во внимание, что при равновесии давление не зависит от *х,* т. е.

**

получаем:

  (2.19)

Найдем теперь связь между  и деформацией ** *=* . Мы сначала выразим через , а затем  через **:

а) Подставляя (6.28) в (6.27), имеем:

P0+=*f(*+)

разлагая *f(*+) в ряд по степеням ,

P0+=*f(*)+*f’(*)+1/2*f’(**)(*)*2......*

Так как P0=*f(*), то получаем:

=*f’(*)+1/2*f’’(*)()2..... (2.20)

Здесь мы сделаем существенное предположение: будем считать уплот­нения и разрежения настолько малыми, что допустимо пренебречь в раз­ложении (2.20) членами, пропорциональными *(*)*2*, *(*)*3*, . . ., и заменить (2.20) *линейным* соотношением

=*f’(**)*

Тем самым мы ограничиваем себя исследованием волн *малой интен­сивности.*

*f’*() —постоянный при данных условиях опыта коэффициент, опреде­ляемый состоянием среды при равновесии.

б) Объем *V0* в результате деформации превращается в объем

*V=V0* (1+**), (2.21)

так как здесь поперечный размер (в отличие от твердого стержня) остается, постоянным, а длина превращается в . Но произведение плотности на объем, равное массе рассматриваемой порции вещества, не меняется:

Подставляя (2.18) и (2.21), получаем:

Пренебрегая и здесь высшими степенями малой величины , получаем:

Таким образом,

 (2.22)

Подставляя, наконец, (2.22) в (2.19), мы получаем волновое урав­нение

 (2.23)

 (2.24)

Отсюда заключаем, что рассматриваемые малые деформации рас­пространяются в виде плоских не деформирующихся волн; скорость рас­пространения (скорость звука) тем больше, чем сильное в данной среде возрастает давление при адиабатическом возрастании плотности; она раина квадратному корню из производной давления по плотности, взятой при значении последней в отсутствие волны ( ).

**2. Случай идеального газа**. Идеальным газом называется газ, для которого справедливо уравнение состояния

*pV=RT,*  (2.25)

где p – давление, V—объем одного моля, *R—*универсальная газовая по­стоянная, равная 8,3143 *эрг/град,* T—температура, измеренная по термодинамической шкале («абсолютная температура»), или

где *М—* масса 1 моля, = *M/V—* плотность.

Воздух, кислород, азот, водород и многие другие газы при комнатной температуре и давлении порядка атмосферного можно рассматривать с достаточным для акустики приближением как идеальные газы.

Как учит термодинамика, в случае идеального газа соотношение (2.17) имеет вид

 (2.26)

где

постоянная величина (С и *С —* теплоемкости газа соответственно при постоянном давлении и постоянном объеме). Следовательно, здесь

 (2.27)

 (формула Лапласа).

Еще задолго до Лапласа вопросом о скорости звука в воздухе зани­мался Ньютон. Он считал, что

 (2.26а)

т. е. не учитывал изменения температуры воздуха при распространении в нем звуковой волны, вследствие чего получил для скорости звука соот­ношение

 (2.27а)

Это соотношение можно получить из уравнения (2.24), подставляя в него (2.26а) вместо (2.26).

Для воздуха ( =1,4) при комнатной температуре (20° С, *Т* =293°) формула Ньютона дает *u* =290 *м/сек,* формула Лапласа *и* =340 *м/сек.* Сравнивая эти значения с теми, которые дает опыт (гл. V, § 3), мы видим, что формула Лапласа, в отличие от формулы Ньютона, хорошо согласуется с опытом. Формула Лапласа хорошо подтверждается на опыте и для других газов (но крайней мере при не очень высоких частотах.

Этим оправдывается предположение о том, что сжатие и разрежение газа в звуковой волне являются практически адиабатическими процессами.

***Список использованной литературы.***

* Горелик, Колебания и волны,
* И.В. Савельев, курс общей физики, т.2, М, 1988г.
* Б.М. Яворский, А.А. Пинский, Основы физики, т.2, М., 1972г.

ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ.

Задача №1.

Амплитуда вынужденных колебаний реактора при очень малой частоте 2 мм, а при резонансе 16 мм. Предполагая, что декремент затухания меньше единицы, определить его.

Задача №2.

Две волны Х1=Аsin(*wt-kl) и* Х2=Аsin*(wt+kl)* с одинаковыми частотами 4Гц распространяются со *v*=960 см/сек. Они интерферируют между собой и образуют стоячую волну. Определить амплитуды точек стоячей волны через каждые 20 см, начиная отсчет от узла. Определить величину смещения и скорость этих точек для момента времени 7/24 сек.

Задача №3.

Между приемником и стенкой расположен источник звуковых колебаний с частотой – 100 Гц. Линия, проведенная через приемник и источник, нормальна к стенке, которая движется к источнику вдоль этой линии со *v=*7 м/с. Скорость звука 340 м/с. Возможно ли возникновение акустического биения.

***Для рецензии и заметок:***