Возникновение и развитие символической логики связано с работами Г.Фреге (1848–1925) и Ч.С.Пирса (1839–1914). После того, как Фреге в 1879 и Пирс в 1885 ввели в язык алгебры логики предикаты, предметные переменные и кванторы, возникла реальная возможность построения системы логики в виде логического исчисления, что и было сделано Фреге, который по праву считается основателем символической логики в ее современном понимании. Пытаясь реализовать идеи Лейбница, Фреге в «Begriffsschrift» (лучшая книга по символической логике 19 в.) изобрел символическую запись для строгих рассуждений. Хотя его нотация сейчас совсем не используется (напр., формулы рисовали в виде двумерного дерева), Фреге в действительности впервые построил исчисление предикатов (см. Логика предикатов). Исчисление предикатов есть формальная система, состоящая из двух частей: символического языка и логики предикатов. Кроме этого для исчисления предикатов Фреге дает строгое определение понятия «доказательство», которое является общепринятым и по сей день.

Основы современной логической символики были разработаны итальянским математиком Дж.Пеано (1858–1932), чьи интересы, как и Фреге, концентрировались вокруг оснований математики и развития формально-логического языка. Его знаменитый труд «Formulaire de mathématiques», опубликованный в 1894–1908 (в соавторстве), был нацелен на развитие математики в ее целостности, исходя из некоторых фундаментальных постулатов. Логическая запись Пеано была принята, хотя и частично модифицирована, А.Н.Уайтхедом и Б.Расселом в их знаменитой трехтомной «Principia Mathematica» (1910–1913), а затем воспринята Д.Гильбертом. Т.о., был введен в употребление во всем мире символический язык, где появляются логические знаки отрицания ~, конъюнкции &, дизъюнкции ∨, импликации ⊃, кванторов всеобщности ∀ и существования ∃.

Создание такого искусственного языка и с его помощью таких объектов, как логические исчисления, строго формализующие различные теории в виде некоторого конечного списка аксиом и правил вывода, означало, что в науке 19 в. возникла потребность в символической логике. В первую очередь это было вызвано потребностями математики, ставившей проблемы, для решения которых средства традиционной логики были непригодны. Одной из таких проблем была недоказуемость 5-го постулата Евклида из остальных постулатов и аксиом в его геометрии. Только с развитием символической логики появился аппарат, позволяющий решать проблему независимости аксиом данной теории чисто логическими средствами.

Основным стимулом развития символической логики в нач. 20 в. была проблема оснований математики. К.Вейерштрасс, Р.Дедекинд и Г.Кантор показали, что в качестве фундамента всей классической математики может рассматриваться арифметика целых чисел. Дедикинд и Пеано аксиоматизировали арифметику, а Фреге дал определение натурального числа как множества всех равномощных множеств. Т.о., вся математика сводилась к теории множеств. Однако в 1902 математический мир был потрясен простотой и глубиной парадокса, обнаруженного Расселом в 1-м томе «Оснований арифметики» (Grundgesetze der Arithmetik) Фреге (основной закон V).

Ответом на этот и на другие парадоксы теории множеств (см. Парадокс логический) стало возникновение четырех направлений в основаниях математики: логицизм (вся математика может быть дедуцирована из чистой логики без использования каких-либо специфических понятий, таких, как число или множество), интуиционизм (нужна новая логика), теоретико-множественный платонизм в виде аксиоматической теории множеств ZF (вводятся ограничения на образование множеств) (см. Множеств теория) и формализм (программа Гильберта). Как отмечает Э.Мендельсон: «Какой бы мы, однако, не избрали подход к проблеме парадоксов, следует сперва исследовать язык логики и математики, чтобы разобраться в том, какие в ней могут быть употреблены символы, как из этих символов составляются термы, формулы, утверждения и доказательства, что может и что не может быть доказано, если исходить из тех или иных аксиом и правил вывода. В этом состоит одна из задач математической логики» (Мендельсон Э. Введение в математическую логику. 3-е изд. М., 1984, с. 11). Развитие и применение мощного технического аппарата самой логики в первую очередь относится к программе Гильберта (начиная с 1904), где была поставлена главная задача: найти строгое основание для математики посредством доказательства ее непротиворечивости, т.е. доказательства того факта, что в ней недоказуема никакая формула вида А вместе с формулой ~А. Для этого потребовалось развить теорию доказательств (см. Доказательств теория), после чего, считал Гильберт, используя только финитные методы (см. Финитизм), можно будет доказать непротиворечивость теории множеств и самой теории действительных чисел и т.о. решить проблему оснований математики.

Однако результат К.Гёделя о неполноте арифметики (1931) убедительно показал, что программа Гильберта невыполнима. Грубо говоря, эта теорема утверждает, что если теория S, содержащая арифметику, непротиворечива, то доказательство непротиворечивости теории не может быть проведено средствами самой теории S, т.е. всякое такое доказательство обязательно должно использовать невыразимые в теории S идеи и методы (вторая теорема о неполноте). Примером тому может служить доказательство непротиворечивости арифметики, предложенное Г.Генценом (1936).

Обширным полем деятельности для современной символической логики является теория рекурсии, которая в первую очередь имеет дело с проблемой разрешимости: доказуема или нет формула А из некоторого множества посылок. Эти исследования привели к теориям вычислимости, к созданию компьютерных программ автоматического поиска доказательств. Решение проблемы разрешимости (см. Разрешения проблема) явилось основным стимулом для создания теории алгоритмов. Формулировка тезиса Чёрча–Тьюринга (см. Алгоритм), утверждающего, что понятие общерекурсивной функции является уточнением интуитивного понятия алгоритма, явилось важнейшим достижением символической логики. Только после уточнения понятия алгоритма выяснилось, что в хорошо известных разделах математики существуют алгоритмически неразрешимые проблемы.

И наконец, важное место в современной символической логике занимает теория моделей (см. Моделей теория), которая изучает фундаментальные связи между синтаксическими свойствами множеств предложений формального языка, с одной стороны, и семантическими свойствами их моделей, с другой; и вообще, изучаются соотношения между моделями и теориями, а также преобразование моделей. Зачастую модели используются как инструмент для того, чтобы показать, что некоторая формула А не может быть дедуцирована из определенного множества постулатов или, если А есть аксиома, то показать недоказуемость А из остальных аксиом системы, к которой А принадлежит (если это возможно). Тогда А является независимой аксиомой.

Совершенно очевидно, что те впечатляющие результаты, которые были получены средствами символической логики, и в первую очередь в области оснований математики, привели к некоторому гипостазированию функции и предмета самой этой логики. В предисловии

к«Handbook of mathematical logic» (1977) Дж.Барвайс пишет: «Математическая логика традиционно подразделяется на четыре раздела: теория моделей, теория множеств, теория рекурсии и теория доказательств». В свою очередь в «Encyclopedia Britanica» (CD-1998), уже применительно к символической логике, четыре указанных раздела названы «четырьмя главными областями исследования». Более точно было бы говорить о применении технического аппарата логики в данных областях, поскольку теория множеств и теория рекурсии сами по себе являются самостоятельными математическими дисциплинами и не являются частью символической логики. Теория доказательств для некоторых математиков-логиков превратилась чуть ли не в «метаматематику» (термин Гильберта), а теория моделей давно вышла за пределы логической семантики. Развитие современной логики показывает, что термин «символическая логика» гораздо шире термина «математическая логика», где под последней понимается изучение тех типов рассуждений, которыми пользуются математики. Символизация и представление различных логических теорий в виде исчислений стало обычным делом и поэтому строго разделить современные логические исследования на относящиеся к символической логике и не относящиеся к ней порой просто невозможно (см. Неклассические логики, Философская логика).