**Возникновение турбулентности.**

В качестве примера возникновения самоорганизации возьмем переход ламинарного течения жидкости в турбулентное. Рассмотрим воду при термодинамическом равновесии, при малых и при больших отклонениях от равновесия. Проблемы перехода к турбулентности важны для практики, для гидро- и аэромеханики, и эти проблемы неоднократно решались в рамках физики, механики и математики многими учеными, но точного описания нет до сих пор. В теории обычно имеют дело с безразмерным параметром - числом Рейнольдса **Re,** введенным в 1883 г. Безразмерный параметр **Re** Ос-борн Рейнольдс (1842 -1912) связал с режимом течения. Гидродинамические теории с использованием числа **Re** развивали русские ученые Николай Егорович Жуковский (1847-1921), Сергей Алексеевич Чаплыгин (1869-1942) и другие. По определению он равен скорости потока , умноженной на характерный линейный размер, фигурирующий в задаче , который делится на вязкость среды, отнесенную к плотности **.** Одна из наиболее стройных теорий перехода к турбулентности была построена в 1944г Ландау. Термин "турбулентность" ввел еще Кельвин, производя его от латинского *"turbulentus "* (беспорядочный). Пока нет простой математической модели турбулентных движений, которые оказались связанными с нелинейностью

При равновесии, если система замкнута и скорость потока = 0, ее энтропия максимальна. При нарушении равновесия путем создания, например градиента давления, жидкость начнет двигаться в сторону меньших давлений, причем движение ее будет происходить как бы слоями, параллельными направлению течения *(ламинарное течение).* Потоки и термодинамические силы связаны линейными соотношениями, производство энтропии в стационарном состоянии (течении) минимально. При малых значениях числа **Re** существует единственная стационарная картина течения, соответствующая ламинарному течению (рис. 1, а). Небольшие отклонения в скоростях движения от стационарных значении, возникающие из-за флуктуаций, экспоненциально затухают со временем, появляется пара вихрей (рис 1,6).

При увеличении скорости потока выше критической некоторые из малых возмущений перестают затухать, система теряет устойчивость и переходит в новый режим, вихри начинают осциллировать (рис. 1,в), движение жидкости становится ***турбулентным*** (рис. 1,г). Линейная зависимость потоков и сил нарушается, перестает выполняться и теорема Пригожина о минимальном приросте энтропии, хотя картина носит еще стационарный характер. В этом случае говорят о первой бифуркации, или *бифуркации Хопфа.* При увеличении числа Рейнольдса новый периодический режим вновь теряет устойчивость, возникают незатухающие колебания с частотой, определяемой величиной **Re**. С ростом неравновесности должно возрастать число корреляций и параметров, характеризующих систему. При переходе к турбулентному режиму между отдельными областями течения возникают новые корреляции, новые макроскопические связи. Затем появляются новые частоты, при этом интервал частот сокращается, и, по теории Ландау, появляющиеся новые движения имеют все более мелкие масштабы. Нерегулярное поведение, типичное для турбулентного движения, есть результат бесконечного *каскада бифуркаций* (рис 1,д).

Так существенно усложняется структура течения и одновременно увеличивается его внутренняя упорядоченность. Это уже не тот беспорядок, который имелся в равновесном состоянии. Существенно меняется характер броуновского движения частиц, турбулентность сказывается на поглощении и рассеянии электромагнитных и звуковых волн. Например, фотографии распределения световой волны, прошедшей через турбулентную жидкость, фиксируют пятна типа интерференционной картины, соответствующей фокусам и каустикам, которые возникают в световом пучке.

Проблема возникновения турбулентности и анализа возникающих неустойчивостей важна не только в связи с инженерными приложениями. Большая часть среды, заполняющей Вселенную, находится в турбулентном движении, поэтому с неустойчивостями сталкиваются в физике атмосферы и астрофизике, в океанологии и физике планет. В 1963 г. метеоролог Э. Лоренц описал новый механизм потери устойчивости, наблюдаемый им в опытах по моделированию процессов возникновения турбулентности в процессе конвекции. Он обнаружил в фазовом пространстве трех измерений (где координатами были скорость и амплитуды двух температурных мод) область, которая как бы притягивала к себе траектории из окрестных областей. Попадая в область, названную Лоренцом *"странным аттрактором"* (лат. *attractio* "притяжение"), близкие траектории расходились и образовывали сложную и запутанную структуру. Переход системы на такой режим означает, что в ней наблюдаются сложные непериодические колебания, которые очень чувствительны даже к малому изменению начальных условий. Поскольку две близкие траектории разбегаются в фазовом пространстве, то предсказание движения по начальным данным не может быть хорошим. С этим связаны трудности предсказания погоды при отсутствии точных начальных данных. До Лоренца еще в начале 60-х годов советские математики Д. В. Аносов и Я. Г. Синай установили существование областей, обладающих такими свойствами, и исследовали устойчивость явлений в них.

Поскольку течение жидкости описывается детерминистическими уравнениями, переход к турбулентности считается возникновением *динамического хаоса.* В 1975 г. американские ученые Т. Ли и Дж. Йорк опубликовали статью "Период три дает хаос", тем самым определив его как состояние, возникающее при третьей бифуркации, связанной с удвоением периода неустойчивой моды. Однако этот неустойчивый, хаотический режим имеет внутреннюю упорядоченность, которую можно уловить при исследовании деталей тонкой динамики. Поэтому можно сказать, что хаотический турбулентный режим имеет более сложную структуру, чем упорядоченный ламинарный. Принципиальным в теориях динамического хаоса является признание роли начальных условий того обстоятельства, что в ходе эволюции система занимает не все точки "фазового пространства". В нем есть определенные места, "цепочки" их концентрации, статистические "аномалии", влияющие на всю микроструктуру. Исследования диалектики случайностей и регулярностей облегчаются возможностями моделирования этих процессов на ЭВМ. Исследования динамического хаоса показывают, что он способен породить не только "унылое равновесие", возникает "вторичная динамика", которую исследуют в синергетике.

Итак, в точке бифуркации поведение системы "разветвляется", становится неоднозначным. При достижении третьей бифуркации наступает состояние динамического хаоса, который скрывает внутреннюю упорядоченность. Проблема выяснения условий возникновения порядка из хаоса стала на повестку дня в грядущем столетии. По словам Уилера, это - задача номер один современной науки.

 а.

R=10-2

 б.

 в.

R=100

Рис.1. Обтекание цилиндра жидкостью при различных скоростях.

**§ 1 I Беспорядок и хаос в больших системах**

Хаотические эффекты, нарушавшие стройную картину классической физики с первых дней становления теории, в XVII в воспринимались как досадные недоразумения Кеплер отмечал нерегулярности в движении Луны вокруг Земли/Ньютон, по словам своего издателя Роджера Котеса, принадлежал к тем исследователям, которые силы природы и простейшие законы их действия "выводят аналитически из каких-либо избранных явлений и затем синтетически получают законы остальных явлений" Но закон - однозначное и точное соответствие между рассматриваемыми явлениями, он должен исключать неопределенность и хаотичность Отсутствие однозначности в науке Нового времени рассматривалось как свидетельство слабости и ненаучного подхода к явлениям Постепенно из науки изгонялось все, что нельзя формализовать, чему нельзя придать однозначный характер Так пришли к механической картине мира и "лапласовскому детерминизму"

Необратимость процессов нарушила универсальный характер механических законов /По мере накопления фактов менялись представления, и тогда Клаузиус ввел "принцип элементарного беспорядка" Поскольку проследить за движением каждой молекулы газа невозможно, следует признать ограниченность своих возможностей и согласиться, что закономерности, наблюдаемые в поведении массы газа как целого, есть результат хаотического движения составляющих его моле кул Беспорядок при этом понимается как независимость координат и скоростей отдельных частиц друг от друга при равновесном состоянии Более четко эту идею высказал Больцман и положил ее в основу своей *молекулярно-кинетической теории* Максвелл указал на принципиальное отличие механики отдельной частицы от механики большой совокупности частиц, подчеркнув что большие системы характеризуются параметрами (давление, температура и др ), не применимыми к от дельной частице Так он положил начало новой науке - *статистической механике* Идея элементарного беспорядка, или хаоса устранила противоречие между механикой и термодинамикой На основе статистического подхода удалось совместить обратимость отдельных механических явлений (движений отдельных молекул) и необратимый характер движения их совокупности (рост энтропии в замкнутой системе)

В дальнейшем оказалось, что идеи хаоса характерны не только для явлений тепловых, а более фундаментальны При изучении теплового излучения возникли противоречия: электромагнитная теория Фарадея - Максвелла описывала обратимые процессы, но процессы обмена световой энергией между телами, находящимися при разных температурах, ведут к выравниванию температур, т е. должны рассматриваться как необратимые. Планк ввел гипотезу "естественного излучения", соответствующую гипотезе молекулярного беспорядка, смысл которой можно сформулировать так: отдельные электромагнитные волны, из которых состоит тепловое излучение, ведут себя независимо и "являются полностью некогерентными". Эта гипотеза привела к представлению о квантовом характере излучения, которое обосновывалось с помощью теории вероятностей Хаотичность излучения оказалась связанной с его дискретностью Квантовый подход позволил Планку и Эйнштейну объяснить ряд законов и явлений (закон Стефана - Больцмана, закон смещения Вина, законы фотоэффекта и др.), которые не находили объяснения в классической электродинамике.

Отступления Луны от траекторий, рассчитанных по законам ньютоновской механики, американский астроном Джордж Хилл в конце прошлого века объяснил притяжением Солнца. Пуанкаре предположил, что вблизи каждого тела есть некоторые малозаметные факторы и явления, которые могут вызвать нерегулярности. Поведение даже простой системы существенно зависит от начальных условий, так что не все можно предсказать. Решая задачу трех тел, Пуанкаре обнаружил существование *фазовых траекторий,* которые вели себя запутанно и сложно, образуя "нечто, вроде решетки, ткани, сети с бесконечно тесными петлями; ни одна из кривых никогда не должна пересечь самое себя, но она должна навиваться на самое себя очень сложным образом, чтобы пересечь много, бесконечно много раз пет ли сети". В начале века на эту работу особого внимания не обратили

Примерно в это же время Планк начал изучать другую хаотичность классической науки и нашел выход в введении кванта, который должен был примирить прежние и новые представления, но ни самом деле сокрушил классическую физику. В строении атомов долгое время видели аналогию Солнечной системы. Интерес к невозможности однозначных предсказаний возник в связи с появлением принципиально иных статистических законов движения микрообъектов, составляющих квантовую механику. В силу соотношений неопределенности Гейзенберга необходимо сразу учитывать, что могут реализовываться не точные значения координат и импульсов, а не которая конечная область состояний Ар и Aq, внутри которой лежа1 начальные координаты Яд и импульсы pp. При этом внутри выделен ной области они распределены по вероятностному закону По мере эволюции системы увеличивается и область ее состояний Лр и Aq. На небольших временных интервалах неопределенность состояния будет нарастать медленно, и движение системы будет устойчивым. Для таких систем классическая механика плодотворна.

В 60-е годы было установлено, что и в простых динамических системах, которые считались со времен Ньютона и Лапласа подчиняющимися определенным и однозначным законам механики, возможны *случайные явления,* от которых нельзя избавиться путем уточнения начальных условий и исчерпывающим описанием воздействий на систему. Такие движения возникают в простых динамических системах с небольшим числом степеней свободы - *нелинейных колебательных системах* как механических, так и электрических. Пример такого неустойчивого движения - шарик в двух ямах, разделенных барьером (рис 177). При неподвижной подставке шарик имеет два положения равновесия.

*Рис. 177.* Пример хаотического движения:

а - шарик в потенциальных ямах; б - шарик на плоскости со стенками (биллиард Синая)

При колебаниях подставки он может начать перепрыгивать из одной ямы в другую после совершения колебаний в одной из ям. Периодические колебания с определенной частотой вызывают колебания с широким спектром частот

Кроме того, на систему могут действовать и некоторые случайные силы, которые даже при самой малой величине за длительное время действия приведут к непредсказуемым результатам. Такие системы чувствительны не только к начальным значениям параметров, но и к изменениям положений и скоростей в разных точках траектории Получается парадокс: система подчиняется однозначным динамическим законам, и совершает непредсказуемые движения. Решения динамической задачи реализуются, если они устойчивы. Например, нельзя видеть сколь угодно долго стоящий на острие карандаш или монету, стоящую на ребре. Но тогда задача из динамических переходит в статистическую, т е. следует задать начальные условия статистическим распределением и следить за его эволюцией. Эти случайные явления получили название *хаосов*

*Рис 178* Фазовая траектория маятника а - без затухания, б-с затуханием

Эволюцию динамических систем во времени оказалось удобным анализировать с помощью *фазового пространства -* абстрактного пространства с числом измерений, равным числу переменных, характеризующих состояние системы Примером может служить пространство, имеющее в качестве своих координат координаты и скорости всех частиц системы Для линейного гармонического осциллятора (одна степень свободы) размерность фазового пространства равна двум (координата и скорость

колеблющейся частицы) Такое фазовое пространство есть плоскость, эволюция системы соответствует непрерывному изменению координаты и скорости, и точка, изображающая состояние системы, движется по фазовой траектории (рис 178) Фазовые траектории такого маятника (линейного гармонического осциллятора), который колеблется без затухания, представляют собой эллипсы

**(mv2^) + (mo)^/2) x2 = const**

В случае затухания фазовые траектории при любых начальных значениях оканчиваются в одной точке, которая соответствует покою в положении равновесия и точка, или *аттрактор,* как бы притягивает к себе со временем все фазовые траектории (англ *to attract* "притягивать") и является обобщением понятия равновесия, состояние, которое притягивает системы Маятник из-за трения сначала замедляет колебания, а затем останавливается На диаграмме его состоянии (фазовой диаграмме) по одной оси откладывают угол отклонения маятника от вертикали, а по другой - скорость изменения этого угла Получается фазовый портрет в виде точки, движущейся вокруг начала отсчета Начало отсчета и будет аттрактором, поскольку как бы притягивает точку, представляющую движение маятника по фазовой диаграмме В таком простом аттракторе нет ничего странного

В более сложных движениях, например, маятника часов с грузом на цепочке, груз играет роль механизма, подкачивающего энергию к маятнику, и маятник не замедляет колебаний Если запустить часы энергичным толчком маятника, он замедлится до темпа, который обусловлен весом груза, после чего характер его движения останется неизменным Если толчок будет слабым, маятник, замедляясь, вскоре остановится Ситуации с сильным начальным толчком на фазовой диаграмме соответствует спираль, обвивающаяся все более плотно вокруг круговой орбиты, аттрактор будет в данном случае окружностью, т.е. объектом не более странным, чем точка Разным маятникам соответствуют аттракторы, которые называют *предельными циклами* Все фазовые траектории, соответствующие разным начальным условиям, выходят на периодическую траекторию, которая отвечает установившемуся движению если начальные отклонения были малыми, они возрастут, а, если амплитуды были большими, то уменьшатся. Биение сердца тоже изображается предельным циклом - установившимся режимом.

Если движение состоит из наложения двух колебаний разных частот, то фазовая траектория навивается на тор в фазовом пространстве трех измерений. Это движение устойчиво, а две фазовые траектории, начинающиеся рядом, будут навиваться на тор, не уходя друг от друга. Ситуация соответствует устойчивому установившемуся движению, к которому сама стремится.

В случае хаотического движения фазовые траектории с близкими начальными параметрами быстро расходятся, а потом хаотически перемешиваются, так как они могут удаляться только до какого-то предела из-за ограниченности области изменений координат и импульсов. Поэтому фазовые траектории создают *складки* внутри фазового пространства и оказываются достаточно близко друг к другу. Так возникает область фазового пространства, заполненная хаотическими траекториями, называемая *странным аттрактором.* На рис 179 изображен такой аттрактор, полученный Э Лоренцом на ЭВМ. Видно, что система (изображаемая точкой) совершает быстрые нерегулярные колебания в одной области фазового пространства, а затем случайно перескакивает в другую область, через некоторое время - обратно. Так динамический хаос обращается с фазовым пространством При этом образование складок возможно только при размерностях больших трех (только в 3-ем измерении начинают складываться плоские траектории) От этих хаотичностей нельзя избавиться. Они внутренне присущи системам со странными аттракторами. Хаотические движения в фазовом пространстве порождают случайность, которая связана с появлением сложных траекторий в результате растяжения и складывания в фазовом пространстве.

Важнейшим свойством странных аттракторов является фрактальность. *Фракталы -* это объекты, проявляющие по мере увеличения все большее число деталей. Их начали активно исследовать с появлением мощных ЭВМ. Известно, что прямые и окружности - объекты элементарной геометрии - природе не свойственны. Структура вещества чаще принимает замысловато ветвящиеся формы, напоминающие обтрепанные края ткани Примеров подобных структур много это и коллоиды, и отложения металла при электролизе, и клеточные популяции.