**Закономерность изменения эффективности накопления сигнала двоичного кода**

Валентин Ручкин

«Существует один, издавна известный и применяемый в самых различных формах метод борьбы с помехами. Метод этот состоит в многократном повторении сигнала. Несколько принятых образцов или экземпляров сигнала оказываются по разному искаженными помехой, так как сигнал и помеха – процессы независимые. Поэтому, сличая на приемном конце несколько экземпляров одного и того же сигнала, можно восстановить истинную форму переданного сигнала с тем большей уверенностью, чем большим числом экземпляров сигнала мы располагаем. Так как дело сводится в конечном счете к некоторому суммированию отдельных образцов сигнала, то метод этот может быть назван методом накопления» [1].

Однако, остается открытым вопрос о том, что именно и в каком количестве нужно взять от каждого экземпляра принятого сигнала и накапливать, для того чтобы свести к минимуму вредное воздействие помех на принимаемое сообщение.

Для ответа на этот вопрос рассмотрим процесс накопления сигнала для наиболее простого случая – случая приема элементов двоичного кода на фоне флюктуационного шума, когда, по результатам n независимых измерений текущего значения модулируемого параметра переносчика (амплитуда, частота, фаза), нужно определить, какой именно символ был передан: «0» или «1».

Любое сообщение (звук, текст, рисунок), передаваемое с помощью технических средств связи, может быть представлено (закодировано) двоичным кодом [1].

В качестве одного из примеров реализации метода накопления в [2] описан процесс накопления самих значений модулируемого параметра переносчика (МПП).

В литературе по теории оптимального обнаружения сигналов [2...6] для различения символов «0» и «1» рекомендуется накапливать не сами значения xi МПП, а значения другой величины yi, которая функционально связана с наблюдаемыми значениями МПП и условными плотностями их распределений при приеме символа «0» и символа «1».

y = ln [W1(x)/W0(x)], (1)

где: W1(x)/W0(x) – отношение правдоподобия; W1(x) – условная плотность распределения значений МПП при приеме символа «1»; W0(x) – условная плотность распределения значений МПП при приеме символа «0».

Такая точка зрения является общепринятой и нашла свое отражение в учебниках, справочниках, монографиях и энциклопедиях.

В работе [7] показано, что при малых различиях между условными распределениями W0(x) и W1(x) такой подход к оптимальному различению символов «0» и «0» оправдан, но он перестает быть корректным при существенных различиях между распределениями W0(x) и W1(x) и существенных различиях между значениями допустимых вероятностей ошибок 1-го и 2-го рода.

В реальных технических системах связи в качестве переменной y используется подходящая для этого случая физическая величина, например, напряжение. Тогда ее можно рассматривать как некоторый переносчик сигнала, модулированным параметром которого является амплитуда.

Для оптимального различения символов «0» и «0» при существенных различиях между распределениями W0(x) и W1(x) необходимо использовать установленную в работах [7, 8] закономерность изменения эффективности накопления каждого квантованного уровня сигнала двоичного кода в зависимости от вида априорных условных распределений наблюдаемых значений МПП, заключающуюся в том, что при прочих равных условиях эффективность накопления каждого квантованного уровня сигнала достигает своего максимально возможного значения, если условные распределения накапливаемых значений МПП соответствуют минимуму выражения (2) [8]:

{(s0y zF + s1y zD)/(M1 – M0)} → min, (2)

где: M1 > M0; M0 – среднее значение (математическое ожидание) МПП при приеме символа «0» ; M1 – среднее значение МПП при приеме символа «0» ; zF – коэффициент, значение которого зависит от допустимых вероятностей ошибок 1-го рода и вида функции распределения накапливаемых значений МПП при приеме символа «0» [9]; zD – коэффициент, значение которого зависит от допустимых вероятностей ошибок 2-го рода и вида функции распределения накапливаемых значений МПП при приеме символа «0» [9].

Зависимость между значениями zF и zD, с одной стороны, и значениями вероятностей ошибок 1-го и 2-го рода, с другой стороны, можно описать с помощью таких соотношений:

a = 1 – Ф0(zF), b = Ф1(zD).

где: a – допустимая вероятность ошибок 1-го рода; b – допустимая вероятность ошибок 2-го рода; Ф0(zF) – нормированая функция распределения накапливаемых значений МПП на выходе накопителя при приеме символа «0» ; Ф1(zD) – нормированая функция распределения накапливаемых значений МПП на выходе накопителя при приеме символа «0».

Обычно функции Ф0 и Ф1 с достаточной для практики точностью описываются нормальным распределением.

zF = V0/σ0, zD =V1/σ1.

где: V0 – превышение порогового уровня над математическим ожиданием накапливаемых значений МПП на выходе накопителя при приеме символа «0»;

V1 – превышение над пороговым уровнем математического ожидания накапливаемых значений МПП на выходе накопителя при приеме символа «0»;

σ0 – среднеквадратичное отклонение накапливаемых значений МПП при приеме символа «0»;

σ1 – среднеквадратичное отклонение накапливаемых значений МПП при приеме символа «0».

Рассмотрим метод покаскадного накопления сигнала двоичного кода, учитывающий описанную выше закономерность.

Исходя из представлений о накоплении сигнала с точки зрения теории оптимального обнаружения сигнала, основанной на критерии отношения правдоподобия или ему эквивалентных (критерий Байеса, минимаксный критерий и др. [3]), можно прийти к выводу о том, что принципиально безразлично, происходит ли накопление всех «экземпляров» сигнала в одном накопителе или накопление сигнала производится последовательно (покаскадно) в нескольких накопителях. Это положение можно проиллюстрировать следующим математическим соотношением:

Если

ln[l(X)] = ln[l(x1)] + ln[l(x2)] +... + ln[l(xn)], (3)

то:

ln[l(X)] = {ln[l(x1)] + ln[l(x2)]} +... +{ln[l(xn–1)] + ln[l(xn)]}, (4)

где: l(X) – отношение правдоподобия для всей выборки; l(xi) – отношение правдоподобия для каждого принятого «экземпляра» сигнала xi.

Однако, на основе представлений о закономерности накопления двоичного сигнала, изложенной выше, автором предлагается покаскадный метод накопления сигнала двоичного кода, который является более эффективным, чем метод накопления сигнала, основанный на критерии отношения правдоподобия.

Его основные недостатки:

а) выигрыш в эффективности этот метод обеспечивает лишь при отношениях мощности сигнала к мощности шума порядка единица и более;

б) его техническая реализация более сложна.

Его преимущество: при том же объеме выборки метод покаскадного накопления позволяет достичь меньших вероятностей ошибок 1-го и 2-го рода.

Суть метода покаскадного накопления сигнала двоичного кода заключается в том, что при отношениях сигнал/шум на выходе накопителя порядка 1 и больше, условные распределения накопленных значений МПП уже не соответствуют условию (2). И поэтому накопление сигнала в первом накопителе осуществляется по частям, такими порциями, чтобы отношение сигнал/шум на выходе первого накопителя было близко к наперед заданному значению (0,8...1,5). Между первым и вторым накопителем осуществляется такая нелинейная обработка выходного сигнала первого накопителя, чтобы сигнал, поступающий на вход второго накопителя, удовлетворял условию (2). Аналогичную операцию можно проделать и между вторым и третьим накопителем и т.д., если будет обеспечен нужный объем выборки.

Покаскадное накопление может осуществляться не только в линейных структурах, где принятые независимо один от другого экземпляры сигнала поступают на накопитель (сумматор) по одному и тому же входу последовательно один за другим, но и в древовидных иерархических структурах, где независимо полученные экземпляры сигнала поступают на накопитель по разным (отдельным) входам.

**Список литературы**

Харкевич А.А. Очерки общей теории связи. – М.: ГИЗ техн.-теор. лит. 1955. 270с.

Харкевич А.А. Борьба с помехами. – М.: ГИЗ физ.-мат. лит. 1963. 276с.

Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. – 3-е изд. перераб.и доп. – М.: Радио и связь, 1989. – 656с.

ВанТрис Г. Теория обнаружения, оценок и модуляции. Том 1. Теория обнаружения, оценок и модуляции. Нью-Йорк, 1968. Пер. с англ. Под ред. проф. В.И.Тихонова. – М.: Советское радио, 1974. 744с.

Ширман Я.Д., ГоликовВ.Н. Основы теории обнаружения радиолокационных сигналов и измерения их параметров. – М.: Сов. радио, 1963. – 279с.

Иган Дж. Теория обнаружения сигналов и анализ рабочих характеристик / Пер. с англ. – М.: Гл. ред. физ.-мат. лит., 1981. – 216с.

Ручкин В.А. Скорректированное отношение правдоподобия и эффективность его Использования при проверке простой гипотезы против простой альтернативы / Киев. воен. ин-т управл. и связи. Киев. 1997. Деп. в ГНТБ Украины 12.06.97 №359 – УК97.

Ручкин В.А. Методика автоматизированного нахождения оптимального решения задачи проверки простой гипотезы против простой альтернативы / Киев. воен. ин-т управл. и связи. Киев. 1997. Деп. в ГНТБ Украины 06.02.97 №154 – УК97.

Ручкин В.А. Номограмма для определения количественных соотношений между вероятностью ложной тревоги и вероятностью правильного обнаружения сигнала // Труды КВИРТУ – К.: Киевское высш. инж. р-т. училище ПВО, 1968. №44, – с.57...61.