**Детерминированный хаос и случайность**

О.В. Шарыпов

Переход современного естествознания к изучению неравновесных процессов (явлений) обусловил в последние десятилетия особый прикладной интерес к теории нелинейных дифференциальных уравнений. Это связано с тем, что математические модели изучаемых реальных процессов представляют собой, как правило, системы уравнений данного типа. Характерной особенностью подобных моделей является то, что набор их возможных решений обладает качественным разнообразием, описывая качественно различающиеся режимы (состояния). Качественные различия могут проявляться прежде всего в периодической или апериодической пространственной структуре решения, циклическом или монотонном поведении во времени, регулярном или нерегулярном (хаотическом) характере изменения решения в пространстве и времени, пространственной мерности и т.п. Обобщая, можно сказать, что эти модели в потенции содержат решения, различающиеся типом пространственно-временной симметрии.

Реализация той или иной определенной структуры решения из числа возможных зависит как от предыстории рассматриваемого процесса (исходного состояния системы), так и от условий, которые, вообще говоря, могут изменяться в пространстве и во времени. В зависимости от текущих значений управляющих параметров, входящих в уравнения, те или иные режимы (состояния системы) оказываются локально устойчивыми или неустойчивыми. Математически неустойчивость означает, что бесконечно малые возмущения данного частного решения быстро усиливаются, и решение “скачкообразно” изменяется (как правило, в отношении топологии). Именно в силу этих характерных особенностей системы нелинейных дифференциальных уравнений позволяют моделировать процессы спонтанного структурообразования, происходящие в реальности [1].

Если решения этих систем уравнений определяются на основе только динамических (без участия статистических) закономерностей, то вполне естественно ожидать, что решения всегда носят не вероятностный, а вполне определенный, полностью предсказуемый, т.е. детерминированный, характер. Это предположение основывается на предпосылке, заключающейся в том, что в любые моменты времени (как в начальный, так и в промежуточные) решение можно в принципе определить абсолютно точно, т.е. оно не будет содержать случайных (неконтролируемых моделью) погрешностей. Данная предпосылка, очевидно, связана с представлениями о континуальности структуры пространства и времени, а также о непрерывности изменения характерных свойств изучаемых систем (объектов) [2].

Итак, если говорить о явлениях, рассматриваемых в рамках классических динамических теорий, то следует признать, что несмотря на возможное качественное разнообразие, сложность и нерегулярность решений, получаемых на основе нелинейных динамических моделей, у нас нет никаких оснований для опровержения знаменитого лапласовского детерминизма в рамках данных теорий. В связи с этим по-прежнему, как и столетия назад, неубедительными и бесперспективными представляются попытки интерпретации некоторых феноменов, относящихся к сфере действия классических динамических теорий, в духе, противоречащем лапласовскому детерминизму.

Один из подобных феноменов – явление так называемого детерминированного хаоса, широко изучаемое в последние десятилетия. В настоящее время достоверно установлено, что решения достаточно простых систем нелинейных дифференциальных уравнений могут носить чрезвычайно сложный, т.е. нерегулярный, хаотический характер [3]. Подобные режимы могут, например, иметь место для определенной области начальных данных при условии, что система обладает решениями, неустойчивыми по некоторым из направлений (в фазовом пространстве) [4]. В этом случае решение остается конечным, “притягиваясь” к устойчивому множеству возможных состояний системы, но в то же время оно не может прийти к стабильному регулярному режиму благодаря “отталкиванию” от неустойчивого множества. Как следствие, близкие по своим исходным состояниям элементы системы могут со временем все больше различаться, а последовательное изменение их состояний может происходить все менее скоррелированно (эффект так называемого разбегания траекторий в фазовом пространстве). Быстрое затухание исходных корреляций – свидетельство высокой степени неупорядоченности движения. Отсутствие корреляции означает, что состояния, являющиеся следствиями близких в начальный момент времени состояний, в ходе этих процессов “забыли” их близкие (почти одинаковые) исходные причины и характеризуются в отношении друг друга как элементы независимых причинно-следственных цепей, т.е. взаимное отношение этих состояний случайно.

Отсюда зачастую делается вывод о том, что изменение состояния системы, управляемое динамическими законами (в отсутствие каких-либо внешних, неконтролируемых, случайных воздействий), может происходить таким образом, что на уровне феноменологии его будет невозможно отличить от “движения под действием случайной вынуждающей силы”.

Отметим прежде всего, что более сильный вывод сделать здесь не представляется возможным. В частности, неправомерно было бы утверждать, что хаотическое поведение динамической системы носит случайный характер. Хаос – вовсе не синоним случайности [5]. Мы говорим о хаотическом поведении на основании ряда важных и специфических черт во внешнем проявлении процесса изменения состояния системы. Но при этом мы вовсе не интересуемся сущностью (механизмом) этого изменения, которое может быть как внутренне определенным и однозначным, т.е. детерминированным и необходимым, так и индетерминированным и случайным. Недаром хаос в динамических системах называют детерминированным. Тем самым осмысленным оказывается и понятие индетерминированного хаоса – хаотического поведения системы под действием причинно не связанных между собой воздействий. Причем это могут быть как внешние по отношению к системе случайные воздействия, так и следствия актов самоактивности элементов системы (флуктуаций), причинная взаимосвязь которых отсутствует или хотя бы просто не рассматривается в рамках данной теории.

Если само хаотическое поведение констатируется на уровне феноменологии, то для классификации хаоса как детерминированного или случайного необходимо анализировать характер самого отношения причинения, лежащего в основе процесса изменения состояния системы. Ясно, что в рамках классических динамических теорий причинно-следственные отношения характеризуются исключительно аспектом необходимости, и, следовательно, совершенно бесперспективны в философско-методологическом смысле попытки интерпретировать соответствующее хаотическое поведение как случайный процесс.

Выше мы приняли в качестве предположения распространенное мнение о том, что “в хаотических динамических системах случайность не привносится извне, а детерминируется областью определения системы” [6]. То есть мы анализировали ситуацию, предполагая, что хаос может иметь место в динамической системе при абсолютном отсутствии каких-либо случайных факторов внешнего или внутреннего происхождения. При этом мы пришли к выводу о том, что такой хаос неправомерно отождествлять со случайностью. Теперь же проанализируем обоснованность предположения о том, что хаотическое поведение решения может иметь место при условии абсолютной абстрагированности математической модели от случайных факторов.

Начнем с неустойчивости, являющейся необходимым условием возникновения хаоса в динамической системе. Как отмечал И. Пригожин, основоположник концепции самоорганизации в неравновесных системах, флуктуации запускают нестабильности. Без возмущений неустойчивость “не сработает”. Это достаточно очевидно и даже имеет экспериментальные подтверждения [7]. Следовательно, любая модель, приводящая к хаосу в динамической системе, помимо динамических законов и точно заданного начального состояния должна учитывать еще и действие флуктуаций. Причем с точки зрения динамики эти флуктуации носят ничем не обусловленный характер, их действия не скоррелированы. Значит, они являются случайным фактором, постоянно воздействующим на состояния элементов системы. Их можно интерпретировать либо как множество независимых случайных внешних воздействий на элементы системы, либо как самоактивность элементов, описание которой принципиально выходит за рамки теории. В любом случае результирующее хаотическое поведение динамической системы – так называемый детерминированный хаос – существенно обязано своим возникновением не только действию динамических (детерминистских) законов, но и наличию статистических (индетерминированных в рамках теоретического описания) факторов. Это представляется совершенно бесспорным, и, следовательно, термин “детерминированный хаос” условен, а понимаемый в буквальном смысле – не вполне адекватен. Важно, чтобы это не приводило к недоразумениям, не создавало впечатления, будто в явлении детерминированного хаоса существенная роль принадлежит исключительно факторам, характеризуемым необходимостью (т.е. динамическим закономерностям), а признаки случайного в поведении системы возникают как следствие этих факторов. На самом деле динамическая система, переходя к хаотическому режиму, конечно, не просто усиливает “слабый шум” благодаря неустойчивости, но важно и то, что без этих слабых случайных возмущений хаос возникнуть не сможет – решение останется нерегулярным в той же мере, что и в начальный момент времени.

В связи с вышесказанным может возникнуть вопрос: каким же образом математические модели явлений учитывают эти случайные флуктуации? Ведь записываются и решаются всегда только динамические уравнения, не содержащие каких-либо стохастических слагаемых? Прежде всего отметим, что получить аналитическое описание хаотического поведения системы практически невозможно. Применение аналитических методов здесь ограничено в основном задачами линейного анализа устойчивости тех или иных частных решений. При решении этих задач возмущения в виде суперпозиции всех возможных гармоник со случайными (неопределенными) значениями амплитуд искусственно привносятся в уравнения, чем и учитывается действие флуктуаций. В целом же решение оказывается неинтегрируемым и для точного описания (задания) требует бесконечной последовательности значений независимых переменных. Естественно, практическое получение подобных решений возможно только расчетным путем. Однако даже современные компьютеры при численном решении разностных или спектральных аппроксимаций дифференциальных уравнений не позволяют избежать неконтролируемых ошибок (как следствий неточности дискретной аппроксимации динамических закономерностей, так и округления результатов вычислений на каждом шаге). Именно этот постоянно действующий случайный “фон” малой амплитуды и моделирует действие природных флуктуаций, позволяя “сработать” нестабильности и возникнуть хаосу. Если бы такие искусственные возмущения не носили случайного характера, то близкие по исходному состоянию элементы системы могли бы сохранять свою близость, т.е. сохранялись бы корреляции, и движение было бы предсказуемым. Понижение амплитуды случайных возмущений может приводить в расчетах к тому, что увеличится временной интервал, на протяжении которого можно достаточно достоверно предсказать (рассчитать) поведение реальной системы. При решении практических задач уровень и спектр задаваемых флуктуаций могут оказывать существенное влияние на соответствие результатов расчетов реальному явлению. Тем самым выбор характеристик флуктуаций представляет собой самостоятельную проблему, решение которой не определяется системой динамических законов. Строго говоря, математическая модель неравновесного процесса с возможным хаотическим характером должна наряду с нелинейными дифференциальными уравнениями, отражающими аспект необходимого в явлении, учитывать в формализованном виде также и эффект флуктуаций, носящий характер случайного.

На основе сказанного можно сделать вывод, что так называемое явление детерминированного хаоса вовсе не доказывает того, что классические нелинейные динамические законы сами по себе способны привести к хаосу, т.е. породить характерные свойства, присущие поведению систем под действием случайных факторов.

**Примечания**

1. Заметим, что модели, построенные на основе линейных уравнений, в принципе не позволяют описывать качественные изменения в пространственной организации и временном поведении систем. Устойчивые решения в рамках линейной модели могут различаться лишь количественно, а неустойчивые не имеют смысла, поскольку без учета нелинейных механизмов приводят к бесконечным значениям величин.

2. Как известно, идея квантов в физике уже в силу принципа неопределенностей Гейзенберга и наличия неустранимых флуктуаций не позволяет абсолютно точно задавать все параметры состояния, автоматически приводя описание к вероятностной форме.

3. Существуют критерии хаотичности и “качества” хаоса, в частности сплошной спектр решения (означающий присутствие в нем бесконечного числа различных периодических составляющих), однородность спектра (т.е. отсутствие выделенных частот), быстрое затухание корреляций (т.е. “забывание” системой своей предыстории) и др.

4. Здесь имеются в виду ситуации, которые в специальной терминологии именуются как наличие в системе странного аттрактора. В настоящей статье мы намеренно стараемся как можно меньше использовать специальные термины, незнакомые широкой читательской аудитории.

5. Синонимами эти понятия могут выглядеть лишь на уровне феноменологии, но физика отнюдь не сводится только к описанию внешних проявлений реальности, стремясь к постижению и объяснению сущности явлений.

6. Гулидов А.И., Наберухин Ю.И. Диалектика необходимого – случайного в свете концепции динамического хаоса // Философия науки. – 2001. – № 1(9). – С.33–46.

7. Например, ламинарно-турбулентный переход в жидкости происходит на практике при сильно различающихся значениях управляющего параметра – числа Рейнольдса в зависимости от уровня имеющихся возмущений.