**Конус, площадь его поверхности и объем**

Маслова В. А., г. Воронеж

**(Открытый урок по геометрии в 11 классе)**

“Проблемы нам создают не те вещи, которые мы не знаем, а те, о которых мы ошибочно полагаем, что знаем”

В. Роджерс

ЦЕЛЬ УРОКА: Систематизация и углубление знаний по теме “Конус”. Повысить интерес к геометрии, решая нестандартные задачи и отвечая на занимательные вопросы. Создание положительной внутренней мотивации обучения учащихся.

Ход урока.

I. Вопросы к классу с комментариями учителя:

Сегодня на уроке мы обобщим и систематизируем свои знания по теме “Конус”, повторим основные формулы и применим их при решении практических задач.

Вы должны были повторить основные понятия по теме и установить связь между картиной Шишкина “Корабельная роща” и геометрическим телом, которое называется “конус”. Кто из Вас нашел эту “связь”? (Учитель демонстрирует репродукцию картины).

Ответ: Конус в переводе с греческого языка означает “сосновая шишка”, а на картине изображен сосновый лес.

Фронтальная работа с классом по основным понятиям темы. Два ученика решают задачи на доске по карточкам.

Вопросы к классу:

Дайте определение конуса;

Какая поверхность называется конической;

Назовите элементы конуса и покажите их на чертеже;

Какой конус называется прямым?

Запишите формулы объема конуса, площади боковой и полной поверхности конуса.

Проверка задач, решенных учениками на доске:

Задача 1. Радиус основания конуса R. Осевым сечением является прямоугольный треугольник. Найти его площадь.

Задача 2. Осевым сечением конуса является равнобедренный прямоугольный треугольник, площадь которого 9 м2. Найти объем конуса.

Самостоятельная работа на 2 варианта с последующей проверкой (два ученика решают на закрытых досках).

Вариант I. Найдите высоту конуса, если его объем равен 48p см3, а радиус основания 4 см.

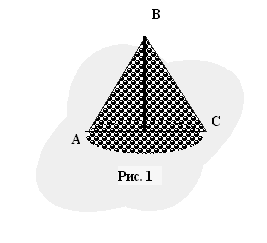
Вариант II. Найдите радиус основания конуса, если его объем равен 2,25p см3, а высота 3 см.

Решить задачу: Образующая конуса равна 18 см и наклонена к плоскости основания под углом 60° . Найдите площадь осевого сечения, площадь полной поверхности конуса и его объем.

II. Примените полученные знания на практике.

Комментарии учителя: Итак, Вы уже знаете как найти элементы конуса, его поверхность и объем, но сможете ли Вы применить их выходя на “вольный воздух”. Ведь куча щебня по краям шоссейной дороги также представляет предмет заслуживающий внимания. Посмотрев на рисунок 1, мы можем задать себе вопросы:

Какую площадь занимает щебень?



Какова поверхность этой кучи щебня?

Каков её объем?

Задачи довольно сложные для человека, привыкшего преодолевать математические трудности только на бумаге или на классной доске. Ведь необходимо вычислить объем и поверхность конуса, высота и радиус которого не доступны для непосредственного измерения. Вопросы к классу:

Как найти радиус?

(измерить окружность основания и разделить на 6,28 = 2p );

Как найти образующую?

(определить две образующие: перекинув метровую ленту через

вершину кучи);

Как найти высоту?

(определить по теореме Пифагора).

Задача: Пусть окружность конической кучи щебня 12 м. Длина двух образующих – 4,6 м. Найти площадь поверхности кучи щебня и её объем.

Решение.

l = 4,6 / 2 = 2,3 м

r = 12,1 / 6,28 » 1,9 м

S = p \*r\*l = 3,14 \* 1,9 \* 2,3 = 13,7 м2

V = 1/3\*p \* r2\* H = 1/3\*3,14\*1,92\*= 1/3\*3,14\*3,61\* = 1/3\*3,14\*3,61\*=1/3\*3,14\*3,61\*1,3 » 4,9 м3



Комментарии учителя: При взгляде на коническую кучу щебня или песка мне вспоминается старинная легенда восточных народов, рассказанная у А.С. Пушкина в “Скупом рыцаре”. Послушайте её:

“Читал я где-то,

Что царь однажды воинам своим

Велел снести земли по горсти в кучу,-

И гордый холм возвысился,

И царь мог с высоты с весельем озирать

И дол, покрытый белыми шатрами,

И море, где бежали корабли”.

Какие ассоциации вызывают у Вас эти стихи?

Холм – конус.

Какого объема может быть этот холм?

Какой высоты мог быть этот холм?

На сколько километров может увеличиться панорама для наблюдения, поднявшегося с подножия холма к его вершине?

Давайте попытаемся ответить на эти вопросы и проанализировать этот текст (три ученика заранее подготовили ответ).

Первый ученик рассказывает. Это одна из тех немногих легенд, в которых при кажущемся правдоподобии нет и зерна правды. Дело в том, что если какой-нибудь древний деспот вздумал бы осуществить такую затею, то он был бы обескуражен мизерностью результата: перед ним высилась бы настолько жалкая кучка земли, что никакая фантазия не в силах была бы раздуть в легендарный, “гордый холм”. Сделаем примерный расчет: Старинные армии были не так многочисленны, как в наше время. У Аттилы было самое многочисленное войско, какое знал древний мир. Историки оценивают его в 700 тысяч человек.

Остановимся на этом числе, то есть примем, что холм составился из 700000 горстей. Захватите самую большую горсть земли и насыпьте в стакан: Вы не наполните его одной горстью. Все же примем, что горсть древнего воина равнялась одному стакану, примерно 1/5 литра или 1/5 куб. дм.

Определим объем холла: (1/5)\*700 000 = 140000 куб. дм. = 140 куб. м. Значит холм представлял собой конус объемом не более 140 куб. м. Такой скромный объем уже разочаровывает.

Учитель: Но продолжим расчеты. Найдем высоту этого холма.

Второй ученик рассказывает: Чтобы определить высоту холма, нужно знать какой угол составляет образующая конуса с его основанием. В нашем случае можно принять его равным углу естественного откоса, то есть 45° (рис. 2). Более крупных склонов нельзя допустить, так как земля будет осыпаться. Остановившись на угле в 45° , рассмотрим треугольник АВС.

Высота такого конуса равна радиусу его основания. h = R ; V = 140 м3;

V = (1/3)\*S\*h = (1/3)\*p \*R2\*h =

(1/3)\*p \*h3; 140 = (1/3)\*p \*h3;

p \*h3 = 420; h3 » 133,76; h » 5,1 м.

В результате вычислений получили, что при объеме холма 140 м3, высота его составляет 5,1 м. Сомнительно, чтобы курган подробных размеров мог удовлетворять честолюбие Аттилы. С таких небольших возвышений легко было бы видеть дол, покрытый белыми шатрами, но обозревать море, было бы возможно только если дело происходило невдалеке от берега.

Учитель: Итак, ответили на один вопрос, но остается еще вопрос, возникший у нас : как далеко можно видеть с той или иной высоты?

Посмотрите на рисунок 3.

Третий ученик рассказывает. Ответим на вопрос, как велик радиус круга, в центре которого видим себя на ровной местности или на высоте. Задача сводится к вычислению длины отрезка СN касательной, проведенной из точки на уровне глаза наблюдателя к земной поверхности.

Пусть h – рост наблюдателя (внешний отрезок секущей); R – радиус Земли равный 6400 км. (h + 2R) – длина секущей CD, тогда СN2 = h\*(h + 2R). Так как рост человека мал по сравнению с R, то h + 2R » 2R, следовательно СN2 = h\*2R. Рост человека до глаз примерно h = 1,6 м или 0,0016 км, тогда СN = = = 80\* = 4,52 км.



Воздушные облака Земли искривляют путь лучей и горизонт отодвигает на 6%, тогда дальность видимости будет соответствовать 4,52\*1,06 » 4,8 км, то есть на ровном месте человек видит не далее 4,8 км. Это гораздо меньше , чем обычно думают люди, которые описывают дальний простор степей, окидываемых взглядом.

Cходную ошибку делает А.С. Пушкин, говоря в “Скупом рыцаре” о далеком горизонте.

Мы нашли, что высота холма приблизительно 5 метров. Если наблюдатель встал на вершину конического холма, то глаз его возвысился бы

над почвой на 6.6 км. В этом случае дальность горизонта была бы равна » 9 км. Это всего на 4 км больше того, чем можно видеть, стоя на ровной земле.



Подведем итог урока: Итак, Вы повторили, как находить элементы конуса, объем и поверхность его, применили свои знания в “геометрии на воздухе” и показали необходимость критически относится к текстам художественных произведений. Сегодня на уроке мы использовали тонкость и строгость математики при решении нестандартных задач. Надеюсь, что в дальнейшем теоретические знания, полученные на уроках геометрии, Вы сможете успешно использовать в различных жизненных ситуациях.