**О законах истории и математических моделях**

С. А. Нефедов

Сорок лет назад, в декабре 1958 г., великий историк Фернан Бродель заявил о рождении "новой исторической науки" - la novelle historie. "Очень нелегко переубедить историков и особенно преподавателей общественных наук, упорно желающих понимать под историей то, чем она была вчера, - писал Фернан Бродель. - А между тем, новая историческая наука уже существует (курсив наш. - С.Н.), непрерывно совершенствуясь и видоизменяясь... Я говорю вам, перед историей зажегся огонь нового дня!"1 Бродель утверждал, что зарождение новой истории связано с методом междисциплинарного синтеза и появлением школы "Анналов". Синтез истории, географии, экономики, социологии, демографии - так выглядела новая наука в глазах великого историка.

Новая история становилась точной наукой, в трудах своих основателей - Франсуа Симиана и Эрнеста Лабрусса - она превращалась в статистические описания, в длинные ряды чисел, характеризующих производство, цены, заработную плату. Эти ряды чисел анализировались математическими методами с целью выявления циклических закономерностей. "Я верю в плодотворные последствия статистического анализа, - писал Фернан Бродель. - Новая экономическая и социальная история на первый план в своих исследованиях выдвигает проблему циклического изменения, она заворожена фантомом, но вместе с тем и реальностью циклического подъема и падения цен"2 .

Рис. 1. Логистическая кривая и кривая душевого потребления

Уже в первых работах Симиана и Лабрусса, вскоре после появления "Анналов", были выявлены циклические колебания цен и реальной заработной платы в XVI-XVIII вв.3 Таким образом, была обнаружена повторяемость исторических процессов, то есть были найдены законы истории. Правда, ни Симиан, ни Лабрусс поначалу не понимали природы обнаруженных колебаний, смысла открытых ими закономерностей. Понимание пришло нескоро, для решения проблемы понадобились труды многих исследователей из разных стран. Лишь два десятилетия спустя, в 1950-х гг., было признано, что циклические колебания имеют в основе демографическую природу.

Еще в начале 20-х гг. американский биолог и демограф Раймонд Пирл показал, что рост популяций в живой природе описывается так называемым логистическим уравнением4

В этом уравнении N - численность населения, которая зависит от времени t; r - коэффициент естественного прироста, K - максимальная численность при существующих ресурсах. Решение этого уравнения называется логистической кривой. Логистическая кривая сначала возрастает довольно медленно, потом рост ускоряется, но через некоторое время кривая приближается к асимптоте N=K, поворачивает и далее движется вдоль асимптоты. Это означает, что популяция приблизилась к границам экологической ниши и голодная смертность скомпенсировала естественную рождаемость. Уровень заполнения экологической ниши - величина P=N/K - называется демографическим давлением, и логистическая кривая, взятая в относительном масштабе, есть кривая роста демографического давления. Поскольку продовольственные ресурсы остаются ограниченными, то по мере роста населения соответственно убывает душевое потребление (рис. 1). Движение населения по логистической кривой называется демографическим циклом. Конечная стадия демографического цикла отличается неустойчивостью, случайные колебания внешних факторов могут привести к демографической катастрофе - гибели значительной части населения, после чего демографическое давление падает и начинается новый демографический цикл.

Логистическое уравнение было получено Р. Пирлом при изучении динамики роста биологических популяций, и многие демографы сомневались в возможности распространения этой теории на популяцию homo sapiens. Однако в 1934 г. немецкий историк Вильгельм Абель, проанализировав данные об экономической конъюнктуре в Германии в XII-XIV вв., показал, что рост численности населения в этот период привел к исчерпанию ресурсов пахотных земель; это в свою очередь привело к нехватке продовольствия, росту цен на зерно и голоду5 . Эпидемия чумы, разразившаяся в условиях, когда миллионы людей были ослаблены постоянным недоеданием, привела к катастрофическим последствиям - погибло около половины населения Европы. Это была демографическая катастрофа, завершившая демографический цикл. Таким образом, было показано, что описанные Р. Пирлом циклы реально существовали в истории.

Работы В. Абеля нашли широкий отклик в среде историков разных стран. Количество работ, посвященных данной тематике, быстро росло. Однако оставалось неясным, как судить о численности населения в отсутствие надежных статистических данных. В 1950 г. Майкл Постан показал, что в условиях аграрной экономики о росте или убывании населения можно судить по величине реальной заработной платы сельскохозяйственных рабочих6 . При возрастании численности населения в деревне появляются безземельные крестьяне и рабочие руки дешевеют; при сокращении численности населения крестьяне обеспечены землей и рабочая сила дорожает. Таким образом, циклические колебания численности населения порождали циклы цен и заработной платы. Стало ясно, что циклы, обнаруженные Симианом и Лабруссом - это и есть демографические циклы Пирла. С этого времени для анализа демографической ситуации стали применяться данные о ценах и реальной заработной плате, т. е. о душевом потреблении; построение таких графиков (см., например, рис. 2) стало основным способом подтверждения реальности демографических и экономических циклов.

Рис. 2. Заработная плата (кривая душевого потребления) и цена ржи в Германии. Заработная плата выражена в килограммах ржи; падение потребления отражает рост демографического давления в цикле XV-XVI вв. График, построенный по данным В. Абеля, воспроизведен в книге Ф. Броделя. (Бродель Ф. Материальная цивилизация, экономика и капитализм, XV-XVII вв. Т. 1. Структуры повседневности. М., 1986.)

Новая история разрабатывалась усилиями М. Постана, Д. Салмарша, Д. Рассела, Е. Миллера, Д. Титова, Р. Хилтона в Англии; Ж. Мевре, П. Губера, Ф. Броделя, Э. Лабрусса, Р. Мунье, Э. Ле Руа Ладюри, Э. Перруа, Э. Бутрюша во Франции; Ф. Лютге, Э. Кельтера, Э. Кейзера, К. Хеллейнера в Германии - в этот далеко не полный список включены лишь самые известные имена. Концепция демографических циклов вошла в энциклопедические многотомные издания: "Кембриджская экономическая история Европы", "Экономическая и социальная история Франции", "История Италии". В последнее время эта концепция становится базой для учебных курсов по экономической истории. В качестве примера можно привести опубликованный в Оксфорде курс известного историка и экономиста Р. Камерона7 .

\*\*\*

Целью настоящей работы является построение компактной модели, описывающей основные процессы, протекающие на протяжении демографического цикла. Верификация модели проводилась на материалах, относящихся к истории Китая I-II вв. - для этого периода в источниках имеются сведения о численности населения и посевных площадях, что позволяет сравнить расчетные данные с реальностью8 .

Обозначим время (в годах) величиной t, площадь пашни - S(t), а численность населения - Y(t). Площадь пашни при данном развитии производительных сил ограничена некоторой максимальной величиной Sm , которая в I-II вв. составляла около 34 млн га. Ввиду этого обстоятельства площадь пашни не возрастает пропорционально численности населения: начиная с некоторого момента она стремится к асимптоте Sm . Зависимость посевной площади S от численности населения Y можно описать с помощью логистического уравнения

Начальное условие для этого уравнения имеет вид S(Y0)=S0 , где Y0 =21, S0 =16.4 (в 57-м г. при численности населения в 21 млн посевные площади составили 16.4 млн га). Это уравнение имеет решение

Константу С можно найти из условия, что в 88-м г. при численности населения 43.4 млн человек посевные площади составили 33.8 млн га. Таким образом, мы можем найти закон изменения площади пашни в зависимости от численности населения. Пусть q - величина высева на гектар пашни ( в нашем случае 45 кг), тогда M=qS есть масса высеваемого зерна. Далее, обозначим p0 минимальное потребление на душу населения; в нашем случае можно принять р0 равным 215 кг зерна в год. Величина P0=p0Y(t) есть минимальное совокупное потребление, а W=M+P0 - минимальное количество зерна, необходимое для потребления и посева. Пусть X(t) - имеющееся после сбора урожая количество зерна (урожай и запасы). Если X(t)>W, то крестьяне имеют излишки зерна, и u=(X(t) - M)/Y(t) - количество зерна (на душу населения), которое может быть потреблено в текущем году. Разумеется, крестьяне не проедают все это зерно, оставляя часть его про запас. Будем считать, что они оставляют про запас половину имеющихся излишков. Обозначим максимальное потребление pm , тогда функция душевого потребления имеет вид

Реальное совокупное потребление будет равно P1=p(u)Y(t), а реальные расходы на потребление и посев W1=M+P1 , так что ко времени сбора следующего урожая у крестьян останутся переходящие запасы, равные Zp=X(t)-W1 . Далее, пусть l0 - сбор на одно зерно посева (в наших условиях l0 =15-25); урожайность, разумеется, была непостоянной, и мы учтем это обстоятельство, добавив к l0 случайную величину dl0 , так что реальная урожайность будет равна l=l0+dl0 . Урожай следующего года будет равен lM; из этого количества нужно вычесть налоги, которые составляют 1/30 урожая и 120 монет с каждого взрослого (23 монеты с подростка). В среднем каждый китаец платил 60 монет; в урожайные годы цена 1 ху (20 литров - 16 кг) зерна составляла 20 монет, стало быть, 60 монет эквивалентны 48 кг зерна. Таким образом, на уплату налогов требуется количество зерна, равное H=lM/30+0.048Y(t). С учетом переходящих запасов количество зерна после сбора урожая будет равно

X(t+1)=lM - H+X(t) - W1.

Теперь остается определить численность населения Y(t+1). В классической логистической модели Р. Пирла

где r - коэффициент естественного прироста в благоприятных условиях, а K - емкость экологической ниши, т. е. максимально возможная численность населения при имеющихся продовольственных ресурсах. В нашем случае К=P1/p0 ; кроме того, мы будем использовать модернизированную модель, в которой член Y(t)/K заменяется на

где n - показатель компенсации, введенный Мэйнардом Смитом и Слаткином9 . Введение этого показателя объясняется тем, что в человеческом обществе голод приводит не только к высокой смертности, но также к восстаниям и войнам, резко увеличивающим коэффициент смертности.

Рассмотрим теперь случай, когда крестьяне испытывают недостаток зерна, т.е. X(t)<W. В таком случае, потребляя зерно по "голодной норме" p0 , крестьяне к весне будут испытывать недостаток посевного зерна. Они продают часть земли, так чтобы восполнить посевной фонд, или берут в долг, что в конечном счете приводит к продаже. В некоторых случаях помещики, имея ограниченный запас зерна, не могут купить все предложенные к продаже крестьянские земли - тогда крестьяне уменьшают фонд потребления P1 так, что M+P1=X(t). В этом случае u<p0 и душевое потребление p(u)=P1/Y(t). Если голод достигает больших размеров и грозит гибелью значительной части населения, то власти (если у них есть зерно) выдают голодающим пособия, доводя, таким образом, потребление до некоторой величины pu0 .

По мере того как крестьяне продают свои земли, постепенно развивается помещичье землевладение, а площадь крестьянских земель уменьшается. Помещики приглашают на свои земли арендаторов, которые отдают им половину урожая, следовательно, на одного арендатора приходится вдвое большая площадь, чем на крестьянина: примерно 1,3 га. Если в текущем году крестьяне продали наделы площадью Da , то на этих землях можно разместить Na=Da/1.3 арендаторов, и крестьянское население уменьшается на величину Na .

Рассмотрим теперь динамику численности арендаторов. Обозначим Sa площадь земель, на которых хозяйствуют арендаторы, Ya(t) - численность арендаторов в году t и Xa(t) - имеющиеся у них запасы хлеба за вычетом налогов и посевного фонда. Масса высеваемого арендаторами зерна равна Ma=qSa , а минимальное совокупное потребление Pa0=p0Ya(t). Если Xa(t)>Pa0 , то арендаторы имеют излишки зерна, и в этом случае душевое потребление арендаторов (pua) рассчитываются так же, как для крестьян. Реальные расходы на потребление составят Pa=pua Ya(t), так что ко времени сбора следующего урожая у арендаторов останутся запасы, равные Xa(t)-Pa . Урожай следующего года будет равен lMa , а налоги - Hа =lMа /30+0.048Yа (t). Поскольку арендатору за вычетом налогов и посевного фонда причитается лишь половина урожая, то запасы зерна после сбора урожая будут равны Xa(t+1)=(lMa-Hа )/2+Xa(t)-Pa . Емкость экологической ниши для арендаторов определяется по формуле К=Pa/p0 , а численность - так же, как для крестьян. К расчетной численности каждый год добавляется величина Na - число крестьян, ставших новыми арендаторами. Этим новым арендаторам помещики выделяют наделы в среднем 1,3 га на человека, а также ссужают зерном, необходимым для посева и годовой нормы потребления, - в среднем 250 кг на одного человека.

Помещики заинтересованы в поддержании своих арендаторов, поэтому в годы большого голода они выдают им зерновые ссуды, с тем чтобы довести потребление до минимума ра1 . В благоприятные годы крестьяне возвращают свой долг.

Помещики расходуют свои зерновые ресурсы не только в ростовщических или потребительских целях, но и на приобретение ремесленных изделий и на содержание слуг. Пусть численность ремесленников в год t составляет Yr(t) и у них имеются запасы хлеба Xr(t). Минимальное совокупное потребление составит Pr0=p0Yr(t). Если Xr(t)>Pr0 , то ремесленники имеют излишки зерна, и в этом случае их душевое потребление (pur) рассчитывается так же, как для крестьян. Реальные расходы на потребление составят Pr=purYr(t), так что ко времени сбора следующего урожая у ремесленников останутся запасы, равные Xr(t)-Pr . Налоги составляют Hr=0.48 Yr(t). Если положить, что на долю ремесленников приходится kr % зерна, причитающегося помещикам, то запасы следующего года составят Xr(t+1)=kr(lMa - Ha)/2-Hr+Xr(t)-Pr . Емкость экологической ниши для ремесленников определяется по формуле К=Pr/p0 , а численность - так же, как для крестьян.

В годы голода ремесленники берут зерно в долг у помещиков, стараясь увеличить потребление хотя бы до величины голодного минимума pr1 . В благоприятные годы они возвращают свой долг вместе с процентами.

В годы голода, когда крестьяне продают землю, часть из них пытается заняться ремеслом: одни уходят в города, другие занимаются ремеслом как подсобным промыслом. Для расчетов удобнее разделять ремесленников и крестьян: к примеру, мы считаем, что четверо крестьян, получающих четвертую часть дохода от ремесла, эквивалентны трем крестьянам и одному ремесленнику. Крестьяне в основном живут натуральным хозяйством, и ремесленники продают свои товары тем, у кого есть избыток зерна - преимущественно помещикам. Количество вновь открывающихся "вакансий" ремесленников и слуг ограничено приростом дохода помещиков от эксплуатации размещенных в прошлом году арендаторов; если Da - земли новых арендаторов, а Haa - уплачиваемые ими налоги, то доход помещика с них составит

G=(0.65(l - 1) Da - Haa )/2.

Из этого дохода ремесленникам может поступить kr %, и при норме потребления p0 численность новых ремесленников и слуг может составить krG/p0 . Оставшуюся часть дохода помещики используют на потребление и накопление запасов; мы будем считать, что доли, используемые на потребление и накопление, равны. Государство также производит накопление запасов; в соответствии с рекомендацией трактата "Гуань-цзы" в государственные амбары откладывается половина зерна, получаемого государством в качестве поземельного налога.

Математические модели обычно содержат некоторые неопределенные параметры, которые подбираются путем численного эксперимента. В нашем случае наиболее важен параметр n - коэффициент компенсации, описывающий, в частности, смертность населения при падении потребления p(u) ниже "голодной нормы" p0 . Если рассматривать традиционную логистическую модель (n=1), то при сокращении "голодной нормы" наполовину численность населения убывает лишь на 3%. Это явно нереально, так же как варианты n=2 и n=3 , поэтому мы будем рассматривать случаи n=4-6.

\*\*\*

Каковы же результаты расчетов по описанной модели? Рассмотрим графики, изображенные на рис. 3. (для этого случая n=6, r=1.03) Присутствие случайных колебаний урожайности обусловливает "вибрирующий" характер кривых, и при различных прогонах программы результаты могут меняться в пределах нескольких процентов. Примерно до 100-го г. колебания урожайности не влияют на численность населения; как показывают расчеты, в этот период у крестьян имеются многолетние запасы зерна и неурожай не приводит к голоду; кривая роста численности населения "заглажена" и устойчива. Как можно заключить из графика, расчетная численность населения хорошо согласуется с данными переписей. Согласуются и общие тенденции: В 57-85 гг. крестьяне интенсивно распахивали землю и у них скопились большие запасы зерна (рис. 3).

Рис. 3. Численность населения (млн чел.), пашня (млн га) и потребление крестьян по расчетным данным

Потребление в этот период было высоким, и численность населения быстро увеличивалась. После 85-го г. с постепенным исчерпанием резервов свободных земель внутренняя колонизация замедлилась, а население продолжало расти, так что потребление стало превышать размеры урожаев, и запасы стали сокращаться. В 102-м г. запасы исчерпались и начался голод. В условиях голода крестьяне стали продавать землю, это позволило многим из них избежать голодной смерти, однако численность населения заметно снизилась. К этому времени источники относят первую волну крестьянских восстаний.

После первого кризиса начался период стагнации. Продажи земли привели к дефициту пашни, что в свою очередь привело к голоду и новым продажам. Численность крестьян-собственников постоянно уменьшалась за счет голодной смертности и перехода в арендаторы или в ремесленники. К этому времени источники относят бурный рост городов и развитие ремесел. Численность ремесленников и арендаторов росла, однако это не означает, что их уровень жизни был высоким; как показывают расчеты, душевое потребление находилось на уровне "голодной нормы" и рост шел лишь за счет притока разоренных крестьян.

Фактически период после окончания внутренней колонизации был временем постоянного голода. Демографическое давление в этот период остается максимально высоким и близко к пределу, за которым начинается гибель населения.

В исторических источниках приводятся данные переписей населения до 157-го г. - после этого времени разложение государственного аппарата достигло такой степени, что переписи перестали проводиться. Что могут сказать расчеты об этом периоде?

Мы видим, что процесс разорения крестьянства заканчивается демографической катастрофой, резким сокращением численности населения в 180-х гг. - и действительно, в это время произошло восстание "желтых повязок", а затем начались долгие междоусобные войны. Расчеты выявляют механизм этой демографической катастрофы. В период 102-160 гг. происходил процесс разорения крестьянства, крестьяне жили в условиях постоянного голода и, чтобы избежать голодной смерти, продавали свои земли. Однако по мере того как крестьяне продавали землю, росла диспропорция между их численностью и площадью крестьянских земель - катастрофически нарастало малоземелье (рис. 3). В конце концов земли осталось так мало, что ее продажа не могла спасти крестьян - начался страшный голод, сопровождаемый эпидемиями и приведший к восстаниям. Следует особо отметить, что голод происходил в годы стабильных урожаев и поразил лишь крестьян-собственников, составлявших к тому времени меньшую часть населения, однако восстания и войны вовлекли в свою орбиту все население, и их последствия имели катастрофический характер.

Другое, и пожалуй, наиболее важное обстоятельство, объясняющее периодически повторяющиеся катастрофы, - это неустойчивость демографических процессов в период стагнации. В этот период крестьяне практически не имеют зерновых запасов, поэтому, как показывают расчеты, повторение неурожайных лет само по себе может привести к демографической катастрофе - независимо от процесса разорения крестьянства.

Конечно, расчеты по математической модели зависят от некоторых параметров, которые в действительности неизвестны и подбираются эмпирически. Можно менять эти параметры - тогда изменятся время и масштабы катастрофы, но суть явления остается неизменной: катастрофа все равно происходит. Более того, в некоторых случаях она может быть гораздо более грозной, чем показывают приведенные графики. Можно увеличить разброс урожайности - тогда кривая численности населения начнет "вибрировать" сильнее, и могут появиться другие катастрофы, связанные с неурожаями и стихийными бедствиями. Как бы то ни было, напрашивается вывод о нестабильности традиционного крестьянского общества в эпоху до промышленной революции. Цикл эпохи Хань был лишь одним из многих демографических циклов в истории Китая - и естественный ход событий всегда приводил к разорению крестьянства, восстаниям и демографическим катастрофам.

Разумеется, законы экологии и математики действовали не только на территории Китая - им был подвластен весь мир, и он остается в их власти до сих пор. Конечно, в наше время развитие общества описывается более сложными уравнениями, но мы не должны отбрасывать опыт прошлого и делать вид, что история нас не касается. "Прошлое - учитель дел будущего", - писал министр императора У-ди, великий историк Сыма Цянь.

**Список литературы**

1Braudel F. Histoire et sciences soсiales. La longue duree // Annales. 1958. Оctobre-decembre; Русский перевод: Бродель Фернан. История и общественные науки. Историческая длительность // Философия и методология истории. М., 1977. С. 117, 128.

2 Там же. С. 118, 140.

3 См.: Simiand F. Recherches anciennes et nouvelles sur le mouvement general des prix au XVIe au XIXe siecles. P., 1932; Labrousse C.-E. Esquisse du mouvement des prix et des revenus en France au XVIIIe siecle. Vol. 1-2. P., 1933.

4 См.: Pearl R. The Introduction to Medical Biometry and Statistics. Philadelphia, 1930; Ibid. The Natural History of Population. L., 1939.

5 См.: Abel W. Bevolkerungsgang und Landwirtschaft im ausgehenden Mittelalter im Lichte der Preis - und Lohnbewegung //Schmollers Jahrbucher. 1934; Bd. 58; Idem. Agrarkrisen und Agrarkonjunktur in Mitteleuropa vom 13. bis zum 19. Jahrhundert. Berlin, 1935.

6Postan M. Same economic evidence of declining population in the later middle ages // The Economic History Review. Ser. 2. 1950. Vol. 2, № 3.

7 См.: Cameron R. A concise economic history. From paleolitic times to the present. N. Y.; Oxford, 1989.

8 См.: Lee Mabel Ping-hua. The Economic History of China. N. Y., 1921; Крюков М. В., Переломов Л. С., Софронов и др. Древние китайцы в эпоху централизованных империй. М., 1983; Кульпин Э. С. Человек и природа в Китае. М., 1990.

9Smith J. Maynard, Slatkin M. The stability of the preedator-prey systems.// Ecology. 1973. Vol. 54. Р. 384-391.