**Полноправность и физическая значимость электромагнитных векторных потенциалов в классической электродинамике**

В.В. Сидоренков

На основе анализа электродинамических уравнений Максвелла с целью их модификации для электромагнитных векторных потенциалов установлено, что векторные потенциалы являются полноправными физически значимыми полями, первичными по отношению к традиционным вихревым полям в классической электродинамике, а их применение расширяет представления об электромагнитных полевых процессах.

Концепция электромагнитных полей является центральной в классической электродинамике, поскольку именно с их помощью осуществляется взаимодействие разнесенных в пространстве электрических зарядов. Общепринято считать, что все явления электромагнетизма физически полно представлены этими электромагнитными полями, свойства которых исчерпывающе описываются системой электродинамических уравнений Максвелла. При этом непосредственно следующие из уравнений Максвелла векторные потенциалы указанных полей как физическую реальность по существу не рассматривают, и им отводится лишь роль вспомогательных математических функций, в ряде случаев упрощающих вычисления. Ниже физической значимости векторных потенциалов дается обобщенное, по нашему мнению, аргументированное толкование в виде систем электродинамических уравнений для указанных потенциалов, равноправных с традиционной системой уравнений Максвелла.

Прежде всего, рассмотрим систему электродинамических уравнений Максвелла:

(a) , (b) , (1)

(c) , (d) ,

включающую в себя материальные соотношения:

, , ,

описывающие отклик среды на наличие в ней электромагнитных полей. Здесь и - векторы напряженности электрического и магнитного полей, связанные с соответствующими векторами индукции и , - вектор плотности электрического тока, ρ - объемная плотность стороннего заряда, ε0 и μ0 - электрическая и магнитная постоянные, σ, ε и μ - удельная электрическая проводимость и относительные диэлектрическая и магнитная проницаемость среды, соответственно. Принципиальная особенность этих динамических релятивистски инвариантных уравнений (1) состоит в том, что в их структуре заложена отражающая обобщение опытных данных основная аксиома классической электродинамики - неразрывное единство переменных во времени электрического и магнитного полей.

Фундаментальным следствием уравнений Максвелла является вывод о том, что описываемое ими поле распространяется в пространстве в виде электромагнитных волн, скорость которых определяется лишь электрическими и магнитными параметрами этого пространства (например, в отсутствие поглощения ). Совместное решение уравнений системы (1) позволяет также ответить на вопрос, какие это волны и что они переносят, получить аналитическую формулировку закона сохранения электромагнитной энергии:

согласно которому поток электромагнитной энергии идет на компенсацию в данной точке среды джоулевых (тепловых) потерь при электропроводности и изменение электрической и магнитной энергий. При этом характеризующий энергетику данного процесса вектор Пойнтинга плотности потока электромагнитной энергии , связанный с вектором плотности электромагнитного импульса 2, отличен от нуля только там, где одновременно присутствуют электрическое и магнитное поля, векторы и которых неколлинеарны.

Таким образом, в рамках уравнений (1) невозможно представить существование волн, переносящих только электрическую или только магнитную энергию. Кроме того, далеко не ясен вопрос о моменте импульса электромагнитного поля и переносящих его волнах, каким образом это явление соотносится с уравнениями Максвелла. Попытаемся прояснить данную ситуацию, для чего продолжим обсуждение уравнений (1) с целью их модификации для векторных электромагнитных потенциалов.

Понятие векторного потенциала следует из очевидного положения о том, что дивергенция ротора любого вектора тождественно равна нулю. Поэтому магнитный векторный потенциал можно ввести посредством соотношения системы уравнений (1), а электрический - соотношением , описывающим поляризацию локально электронейтральной среды:

а) , (b) . (2)

Однозначность функций вектор-потенциала, т.е. чисто вихревой характер таких полей обеспечивается условием калибровки: . С точки зрения физического смысла рассматриваемые потенциалы следует называть поляризационными потенциалами.

Тогда подстановка соотношения для магнитного векторного потенциала (2a) в уравнение вихря электрической напряженности (1а) приводит к известной формуле связи поля вектора указанной напряженности с магнитным вектор-потенциалом:

, (3)

описывающей закон электромагнитной индукции Фарадея. Здесь не рассматривается электрический скалярный потенциал, формально следующий из (1а): , как не имеющий отношения к рассматриваемым вихревым полям.

При аналогичной подстановке соотношения для электрического векторного потенциала (2b) в уравнение вихря магнитной напряженности (1c) с учетом материальных соотношений получаем в итоге связь этой напряженности с электрическим вектор-потенциалом:

, (4)

где τрел = εε0 /σ - постоянная времени релаксации электрического заряда в среде за счет электропроводности. Таким образом, векторные потенциалы являются первичными полями по отношению к электромагнитным полям, поскольку, согласно соотношениям (3) - (4), электромагнитные поля уравнений системы (1) описываются аналитически временными производными от векторных потенциалов. Другими словами, именно векторные потенциалы порождают вихревые электромагнитные поля, но не наоборот.

Теперь можно убедиться, что представленные результаты позволяют вскрыть потенциальную возможность модификации для векторных потенциалов системы электромагнитных уравнений Максвелла (1), заложенную в их структуре. Объединяя попарно формулы (2a) и (4), соответственно, формулы (2b) и (3), получаем другую, новую систему электродинамических уравнений уже относительно полей электрического и магнитного векторных потенциалов:

(a) , (b) , (5)

(c) , (d) .

Неординарность уравнений системы (5) очевидна, поскольку в каждом одном роторном уравнении поля векторного потенциала или содержится информация о свойствах обоих роторных уравнений электромагнитных полей и системы (1). Так, например, если взять ротор от электрического роторного уравнения (5a), то после подстановки в его левую часть соотношения (2b), а в правую (2a) получается также “электрическое” роторное уравнение (1a). Теперь, если взять производную по времени (t) от уравнения (5a) и использовать подстановки соотношений (3) и (4), то оно преобразуется в “магнитное” роторное уравнение (1c). Аналогичные действия с магнитным роторным уравнением (5c) дают в итоге роторные уравнения (1c) и (1а). Видно, что общем случае все уравнения системы (5) посредством дифференцирования их по времени преобразуются в уравнения системы (1), описывающие локально электронейтральные среды ().

Об исключительности уравнений векторных потенциалов говорит и тот факт, что дифференцирование по времени только магнитных уравнений системы (5) преобразует ее с учетом вышеизложенного в новую систему уравнений относительно полей электрической напряженности и ее вектор-потенциала:

(a) , (b) , (6)

(c) , (d) .

Соответственно, дифференцирование по времени пары уравнений электрического векторного потенциала в системе (5) преобразует ее в другую новую систему уравнений теперь уже относительно полей магнитной напряженности и ее вектор-потенциала:

(a) , (b) , (7)

(c) , (d) .

Сделаем общее для всех систем замечание о дивергентных уравнениях. Как уже говорилось, уравнение является калибровкой, обеспечивающей однозначность функции векторного потенциала , поэтому, согласно симметрии уравнений в рассматриваемых системах, другие дивергентные уравнения: (1b) при ρ = 0, (1d), (6b) и (7b) математически следует считать соответствующими калибровками для функций вихревых полей и .

Судя по симметрии, представленные здесь системы уравнений физически столь же значимы, как и традиционная система (1), поскольку в их структуре также заложено принципиальное неразрывное единство переменных во времени полей электрического и магнитного векторных потенциалов в системе (5), полей электрической напряженности и ее вектор-потенциала в системе (6), и, наконец, полей магнитной напряженности и ее вектор-потенциала в системе (7). При этом каждая из систем, несмотря на функциональную взаимосвязанность с другими, вполне самодостаточна при описании определенного класса физических явлений, строгое обоснование достоверности которых возможно в рамках именно этой конкретной системы электродинамических уравнений. Как видим, полученные результаты несомненно перспективны в плане непосредственного обсуждения роли и места векторных потенциалов в явлениях электромагнетизма.

Согласно структуре представленных уравнений, описываемые ими поля распространяются в пространстве в виде волн, скорость которых определяется лишь электрическими и магнитными параметрами этого пространства. Таким образом, имеем теперь волновые уравнения не только для электромагнитных полей и , но и для их векторных потенциалов и в парных комбинациях этих четырех уравнений в зависимости от системы. В итоге возникает физически очевидный, принципиальный вопрос: какие это волны, и что они переносят? Другими словами, необходимо выяснить физическое содержание представленных здесь систем электродинамических уравнений.

С точки зрения эффективности анализа физического содержания представленных уравнений укажем на предпочтительность использования в классической электродинамике международной системы единиц физических величин СИ в сравнении с абсолютной системой единиц СГС. Размерность в системе СИ множителя e 0 в материальных соотношениях для оправдана тем, что тем самым объединяются физически различные электрические величины: линейный (силовой) вектор напряженности и потоковый вектор смещения . Аналогично, в другом соотношении размерная константа m 0 связывает линейные и потоковые векторные магнитные величины: . Напротив, в гауссовой системе единиц безразмерные коэффициенты e 0 = 1 и m 0 = 1 делают векторы и , и сущностно тождественными, что обедняет физическое содержание соотношений электромагнетизма, оголяя в них формализм математики. Физические свойства указанных полей, акцентируемые системой СИ, наиболее полно отражены в электродинамических уравнениях Максвелла (1), где (Максвелл [1] это особо подчеркивал) описываются вихри именно линейных векторов и , а дивергенции - потоковых и . Соответственно, векторные потенциалы и по определению являются линейными векторами, а векторы отклика среды на воздействие этих полей и - потоковыми.

В случае системы (6) рассмотрим аналогично вектору Пойнтинга плотности потока электромагнитной энергии другой потоковый вектор , который, судя по размерности, определяет электрическую энергию, приходящуюся на единицу площади поверхности. Для физически аргументированного обоснования возможности существования такого вектора воспользуемся стандартными рассуждениями и из уравнений системы (6) в итоге получим:

(8)

- уравнение энергетического баланса процесса электрической поляризации среды в данной точке. Как видим, уравнения полей электрической напряженности и ее векторного потенциала в системе (6) описывают чисто электрические явления, показывают реальность волн, переносящих только электрическую энергию.

Подобным образом можно ввести потоковый вектор , размерность которого определяет поверхностную плотность магнитной энергии. Подтверждение этому найдем из уравнений (7) в виде уравнения энергетического баланса процесса намагничивания среды в данной точке:

. (9)

Следовательно, уравнения полей магнитной напряженности и ее векторного потенциала в системе (7) описывают чисто магнитные явления, устанавливают существование волн, переносящих только магнитную энергию.

Очевидно, что такие результаты анализа систем (6) и (7) в принципе невозможны и просто абсурдны в рамках традиционных уравнений Максвелла, но это нисколько не является недостатком системы (1), а лишь иллюстрирует автономию при описании полей в одной системе уравнений по отношению к другим.

Полученные уравнения энергетического баланса (8) и (9) описывают не только энергетику обычной электрической и магнитной поляризации среды с помощью соответствующей напряженности поля (первое слагаемое), но и показывают возможность реализации эффектов динамической поляризации вещества посредством изменяющегося во времени поля векторного потенциала, причем наличие электропроводности среды способствует этому. Надо сказать, что явления динамической поляризации уже имеют реальное экспериментальное воплощение: это эффекты электродинамической индукции в металлах [2] и динамического намагничивания в ферритах и магнитоупорядоченных металлах [3].

Аналогично вводится потоковый вектор , определяющий поверхностную плотность момента импульса. Соответственно, уравнения (5) позволяют получить уравнение баланса процесса передачи момента импульса поля электромагнитных потенциалов:

. (10)

Согласно этому уравнению, момент импульса передается проводящей среде только электрическим вектор-потенциалом, стационарным в том числе, а диэлектрической среде – переменными во времени полями электрического или магнитного потенциалов. Итак, уравнения системы (5) описывают волны векторных потенциалов, переносящие момент электромагнитного импульса.

Важно отметить, что реально указанные процессы совместно существуют в электромагнитном поле, о чем говорит и функциональная взаимосвязь описывающих их систем электродинамических уравнений (1) и (5) - (7). Поэтому разделение процессов условно и эффективно при анализе физического содержания этих систем.

Как представляется, проведенные исследования показали, что векторные электромагнитные потенциалы никоим образом нельзя считать математическими фикциями, поскольку посредством их реализуются фундаментальные характеристики объективной реальности: энергия, импульс и его момент. Кстати, даже формальное использование физических представлений о векторных потенциалах позволило в [4], образно говоря, “увидеть” потоки электрической и магнитной энергии, момента импульса, поступающие вместе с известным потоком электромагнитной энергии в проводник в процессе электропроводности. В контексте вышеизложенного данному утверждению теперь дано аргументированное обоснование. Таким образом, векторные потенциалы являются полноправными физически значимыми полями, первичными по отношению к традиционным вихревым полям в классической электродинамике, а их применение расширяет наши представления об электромагнитных полевых процессах.

**Список литературы**

1. Максвелл Дж.К. Трактат об электричестве и магнетизме. В двух томах. - М.: Наука, 1989. - Т. I. - 416 с, - Т. II. - 438 с.

2. Дюдкин Д.А., Комаров А.А. Электродинамическая индукция. Новая концепция геомагнетизма / Препринт НАНУ, ДонФТИ-01-01, 2001. 70с.

3. Сидоренков В.В.,Толмачев В.В.,Федотова С.В. // Известия РАН. Сер. Физическая. 2001. Т. 65. № 12. C. 1776-1782.

4. Сидоренков В.В. // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки. 2005. № 2. С. 35-46.