# МОСКОВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ

***(государственный технический университет)***

##### ФИЛИАЛ «ВЗЛЕТ»

**Кафедра РЭВС**

**РАЛДЫГИН И.К.**

## КОНСПЕКТ ЛЕКЦИЙ ПО КУРСУ

«Основы теории цепей». Часть 2.

Четырехполюсники, электрические фильтры.

Учебное пособие для студентов радиотехнической специальности.

ОДОБРЕНО

НА ЗАСЕДАНИИ КАФЕДРЫ РЭВС

«\_\_\_\_» \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 2003 года

Протокол № \_\_\_\_

#### ***Ахтубинск – 2003***

#### ***Предисловие ко 2-й части***

Во второй части конспекта по Основам теории цепей (ОТЦ) кратко изложена теория четырехполюсников (4х-П) и более подробно изложена теория электрических фильтров.

Анализ и синтез простейших электрических фильтров проводится с применением прикладной программы ***Mathcad 2000 (МС).*** Все расчеты, выполненные в среде ***Mathcad,*** проверены путем электронного моделирования по программе ***Electronics Workbench***. Конспект, с его многочисленными примерами, может быть использован студентами при проектировании электрических фильтров на этапах разработки курсовых и дипломных проектов.

Работа написана на основе 4-х-летнего опыта применения упомянутых программ в учебном процессе.

**Глава 1. Четырехполюсники**

**1.1 Основные определения и классификация четырехполюсников (4х-П)**

Часть электрической цепи, рассматриваемая по отношению к любым двум парам ее зажимов, называется 4х-П, Рис.1.1.

2

2’

4х-П



1

1’

Рис.1.1. Схема 4х-П. Его токи и напряжения.

Понятием 4х-П пользуются тогда, когда интересуются токами и напряжениями на входе «1-1’» и на выходе «2-2’».

В качестве 4х-П могут быть представлены: трансформатор, выпрямитель, электрический фильтр и другие устройства с двумя парами зажимов.

Четырехполюсники делятся на активные и пассивные. В составе активных 4х-П имеются источники энергии. Пассивные 4х-П не содержат источников энергии.

Четырехполюсники делятся на линейные и нелинейные. Если в состав 4х-П входит хотя бы один нелинейный элемент, то такой4х-П называется нелинейным. В данной работе рассматриваются только линейные 4х-П.

По схеме внутренних соединений различают Г-образные, Т-образные, П-образные и другие 4х-П, Рис.1.2.

Z1

Z1

Z2

Z3

Z1

Z2

Z3

Z2

Рис.1.2. Электрические схемы 4х-П.

Основной смысл теории 4х-П заключается в том, что, пользуясь некоторыми обобщенными параметрами, можно находить ток и напряжение на выходе 4х-П, не производя расчетов токов и напряжений внутри заданной схемы.

**1.2 Системы уравнений четырехполюсников**

Уравнениями 4х-П называют комплексные уравнения, связывающие комплексные действующие значения токов и напряжений на его входе и выходе.

Линейный пассивный 4х-П, естественно, описывается линейными уравнениями.

Из четырех величин характеризующих 4х-П, две должны быть заданы, а две другие определяются из уравнения 4х-П. Всего, таким образом, может быть составлено шесть форм записи уравнений.



Если 4х-П выполняет роль передаточного звена между источником и приемником электрической энергии, то обычно пользуются уравнениями в форме А:

(1.1)



В этих уравнениях А11, А12, А21, А22 называются коэффициентами формы А. Они, в общем случае, являются комплексными числами, модули которых зависят от частоты.

Физический смысл коэффициентов формы А можно пояснить, если мысленно выполнить опыты холостого хода и короткого замыкания.

В режиме холостого хода . Уравнение (1.1.) принимает следующий вид:



Отсюда получаем:



- отношение входного напряжения к выходному в режиме холостого хода;



- передаточная проводимость в режиме холостого хода.

В режиме короткого замыкания . Уравнения (1.1) принимают вид:



Отсюда получаем:



- передаточное сопротивление в режиме короткого замыкания;



- отношение тока на входе к току на выходе в режиме короткого замыкания.

Основное свойство коэффициентов формы А состоит в том, что определитель, составленный из этих коэффициентов, равен единице:

(1.2)



Из этого уравнения следует, что для составления системы (1.1) в форме А необходимо и достаточно определить только любые три коэффициента. Четвертый коэффициент определяется из (1.2).

Рассмотрим Г-образный 4х-П, изображенный на Рис.1.3, и определим для него коэффициенты формы А.

Z1

Z2



1 2



1’ 2’

Рис.1.3. Схема Г-образного 4х-П.

При определении коэффициентов формы А будем считать, что комплексные сопротивления Z1 и Z2 заданы.

Проведем опыт холостого хода: зажимы 2-2’ - разомкнуты,



В этом случае ток на входе и напряжение на выходе определяются по закону Ома в комплексной форме:



Эти выражения можно записать так:



Отсюда получаем значения А11 и А21, выраженные через сопротивления Z1 и Z2:



Теперь проведем опыт короткого замыкания: зажимы 2-2’ закорочены,



При этом в цепи осталось только одно сопротивление Z1 и, следовательно:



Таким образом, коэффициенты формы А Г-образного 4х-П можно представить в виде следующей матрицы

(1.3)



Аналогичным образом можно получить матрицу коэффициентов формы А для Т-образного4х-П:



(1.4)

Кроме формы А (1,1) существуют еще пять форм записи уравнений 4х-П. Приведем еще две формы.

Форма Z.



Форма Y.



Полный перечень форм записи уравнений 4х-П приводится в учебниках, задачниках и справочниках по ОТЦ.

Если известны коэффициенты хотя бы одной формы записи уравнений 4х-П, то можно найти коэффициенты любой другой формы, решив систему уравнений, например (1,1) относительно искомых токов или напряжений.

**1.3 Входное сопротивление, сопротивления холостого хода и короткого замыкания**

Рассмотрим произвольный 4х-П с известными коэффициентами формы А, который нагружен активным сопротивлением R, Рис.1.4.

2

2’

4х-П

А



1

R

1’

Рис.1.4. Схема 4х-П, нагруженного активным сопротивлением R

Определим входное сопротивление 4х-П Рис.1.4., т.е. сопротивление со стороны зажимов 1-1’.

По закону Ома в комплексной форме входное сопротивление есть отношение входного напряжения к входному току (1.1):



(1.5)

Полученное выражение входного сопротивления показывает, что 4х-П может быть применен для преобразования сопротивления между источником и приемником.

Сопротивление холостого хода 4х-П представляет собой частный случай входного сопротивления (1.5) при



Сопротивление короткого замыкания получается из (1.5) при



**1.4 Передаточная функция четырехполюсника**

При проектировании радиотехнических устройств широко применяются электрические фильтры, которые удобно рассматривать как 4х-П, предназначенные для передачи сигналов от входа к выходу с определенной избирательностью.

Передаточной функцией по напряжению называется отношение выходного напряжения к входному:



Модуль этого отношения представляет собой амплитудно-частотную характеристику (АЧХ), а аргумент – фазо-частотную характеристику (ФЧХ). Эти характеристики являются основными при выборе электрических фильтров.

Амплитудно-частотная характеристика показывает, во сколько раз выходное напряжение меньше (или больше) входного, ФЧХ дает сдвиг фаз между входным и выходным напряжениями.

Определим АЧХ и ФЧХ произвольного 4х-П с известными коэффициентами формы А, нагруженного активным сопротивлением R, Рис.1.4. С этой целью запишем первое уравнение системы (1.1) в следующем виде:

(1.6)



Поскольку коэффициенты формы А, в общем случае, являются комплексными числами, зависящими от частоты, постольку выражение в скобках (1.6) можно записать в алгебраической форме:



где а(ω) – действительная часть;

b(ω) – мнимая часть.

После этого связь входного и выходного напряжений (1.6) можно выразить следующим образом:

(1.7)



Для определения ФЧХ 4х-П за начало отсчета сдвига фаз между входным и выходным напряжениями примем вектор выходного напряжения , который направим по оси абсцисс, т.е. горизонтально.



При таком выборе начала отсчета положение вектора на комплексной плоскости целиком определяется величинами а(ω)и b(ω) и их знаками:



(1.8)

Расчет ФЧХ по (1.8) дает сдвиг фаз, выраженный в радианах. Ключ для определения этого угла показан на Рис.1.5:

j



φ

0 +



-j

Рис.1.5. Ключ для определения сдвига фаз между входным и выходным напряжениями

На основании (1.7) комплексная передаточная функция по напряжению произвольного 4х-П с известными коэффициентами формы А и нагруженного активным сопротивлением R, принимает вид:



(1.9)

Модуль передаточной функции 4х-П, т.е. его АЧХ:

(1.10)



Таким образом, по формулам (1.8) и (1.10) можно рассчитать АЧХ и ФЧХ любого 4х-П при известных коэффициентах формы А и нагрузке R.

**Пример 1.1.** Задана электрическая схема Г-образного 4х-П (Рис.1.6) и его параметры R, L, C. Данный 4х-П подключен к источнику синусоидального напряжения. Необходимо найти формулы для расчета АЧХ и ФЧХ этого 4х-П.

L

1 2



Z1

Z2 C R

1’ 2’

Рис.1.6. Электрическая схема г-образного 4х-П, нагруженного активным сопротивлением R

**Решение.** Комплексные сопротивления плеч 4х-П:



Коэффициенты формы А (1.3):



Комплексная передаточная функция:



Модуль передаточной функции:

(1.11)



где



Фазо-частотная характеристика



(1.12)

Таким образом, при известных значениях R, L, C-элементов по формулам (1.11), (1.12) можно рассчитать и построить графики АЧХ и ФЧХ Г-образного 4х-П, изображенного на Рис.1.6.

**1.5 Каскадное соединение четырехполюсников**

Рассмотрим так называемое каскадное соединение 4х-П (Рис.1.7), при котором входные зажимы каждого последующего 4х-П присоединяются к выходным зажимам предыдущего.



**A’**

**A’’**

Рис.1.7. Каскадное соединение 4х-П

Эти два 4х-П, взятые вместе, можно рассматривать как один эквивалентный.

Определим параметры эквивалентного 4х-П через известные параметры первого и второго четырехполюсников.

Пусть заданы матрицы коэффициентов формы А двух каскадно соединенных 4х-П.

Из теории известно, что матрица коэффициентов формы А двух каскадно соединенных 4х-П равна произведению матриц отдельных 4х-П:



Это правило, распространяется на случай каскадного соединения любого числа 4х-П. При этом матрицы, подлежащие перемножению, записываются в порядке следования 4х-П, т.к. умножение матриц не подчиняется переместительному закону.

**1.6 Одноэлементые четырехполюсники**

Простейшими 4х-П являются одноэлементные 4х-П, состоящие из последовательного (Рис.1.8а) и параллельного (Рис.1.8б) двухполюсника.

Z1 Z2

а) б)

Рис.1.8. Одноэлементный 4х-П

Матрицы коэффициентов формы А одноэлементных 4х-П:



С помощью этих матриц М1 и М2 можно получить коэффициенты формы А любого 4х-П, построенного по лестничной схеме. Для этого необходимо перемножить матрицы М1 и М2 столько раз, сколько раз встречаются параллельный и последовательный 2х-П.

Например, коэффициенты формы А Г-образного 4х-П получаются после перемножения матриц М1 и М2 (см.1.3):



Глава 2. Электрические фильтры нижних частот

**2.1 Основные определения и классификация электрических фильтров**

Электрическим фильтром называется устройство, при помощи которого электрические колебания разных частот отделяются друг от друга. Электрический фильтр представляет собой пассивный 4х-П, пропускающий сигналы в некоторой полосе частот с малым затуханием, а за пределами этой полосы сигналы проходят в нагрузку с большим затуханием.

Полоса частот, в пределах которой передаточная функция по напряжению (1.10) принимает не менее заданного значения



называется полосой пропускания. Остальная область частот называется полосой задерживания. Частоты, разделяющие эти полосы, называются граничными.

В зависимости от пропускаемого спектра частот фильтры разделяются на:

* фильтры нижних частот (ФНЧ);
* фильтры верхних частот (ФВЧ);
* полосовые фильтры (ПФ);
* заграждающие фильтры (ЗФ).

В зависимости от электрической схемы фильтры разделяются на Г-образные, Т-образные, П-образные и другие.

В зависимости от числа реактивных элементов, входящих в состав фильтра, различают фильтры первого порядка, второго порядка и т.д.

По составу элементов фильтры делятся на активные и пассивные. Активные фильтры содержат источники электрической энергии, а пассивные их не содержат.

По способу обработки сигналов фильтры делятся на аналоговые и цифровые.

В данном курсе рассматриваются только пассивные электрические фильтры, построенные на идеальных линейных R, L, C-элементах.

**2.2 Общий принцип действия линейных пассивных электрических фильтров**

Рассмотрим электрический фильтр, частотные характеристики которого известны и описываются формулами (1.8)и (1.10).

Пусть на вход данного фильтра поступает сигнал в виде суммы различных частот



Определим структуру сигнала на выходе фильтра.

В силу линейности фильтра, сигнал на выходе будет также представлять сумму синусоидальных напряжений. При этом изменятся амплитуды и начальные фазы составляющих, а частоты составляющих на выходе фильтра одинаковы:



Амплитуды составляющих на выходе определяются передаточной функцией фильтра (1.10):



Сдвиг фаз между входным и выходным напряжениями определяется фазо-частотной характеристикой фильтра (1.8):



В дальнейшем будем полагать, что на вход фильтра подается синусоидальное напряжение, частота которого изменяется от нуля до бесконечности.

**2.3 Общая характеристика фильтров нижних частот**

Фильтры нижних частот (ФНЧ) предназначены для пропускания в нагрузку сигналов малой частоты и подавления сигналов большой частоты.

Полоса пропускания ФНЧ определяется его граничными частотами:

f1=0 – нижняя граница полосы пропускания;

f2 - верхняя граница полосы пропускания, которая определяется назначением данного конкретного фильтра.

В теории фильтров рассматриваются идеальные и реальные фильтры. Идеальным ФНЧ называется фильтр, передаточная функция которого (1.10) в полосе пропускания равна единице, а за пределами полосы пропускания она равна нулю:



Передаточная функция реального фильтра в полосе пропускания не равна единице, а в полосе задерживания - не равна нулю.

Передаточные функции по напряжению идеального и реального фильтров нижних частот показаны на Рис.2.1.

H(f)

Передаточная функция идеального ФНЧ

Передаточная функция реального ФНЧ

H1

Полоса

пропускания Полоса задерживания

H22

f2 f22 f

Рис.2.1. Передаточные функции идеального и реального фильтров нижних частот

Количественную оценку избирательности фильтра целесообразно производить с помощью коэффициента прямоугольности передаточной функции по напряжению или мощности.

Для расчета коэффициента прямоугольности передаточной функции фильтра введем в рассмотрение передаточную функцию по мощности, которую определим следующим образом.

Максимально возможная мощность, которая может быть выделена в нагрузке в случае идеального фильтра, определяется по формуле:



(2.1)

где U1 – действующее значение входного напряжения;

R – сопротивление нагрузки.

Фактическая мощность, выделяемая в нагрузке реального фильтра, определяется действующим значением выходного напряжения, которое зависит от частоты входного напряжения:



(2.2)

Передаточной функцией по мощности будем называть отношение мощности, выделяемой в нагрузке реального фильтра (2.2) к мощности, выделяемой в нагрузке, идеального фильтра:



(2.3)

Таким образом, передаточная функция по мощности есть квадрат передаточной функции по напряжению (2.3).

Отметим, что в известных учебниках по ОТЦ частотные характеристики фильтров оцениваются затуханием, которое выражается в децибелах (дБ):

(2.28)



Из этой формулы следует, что фактически производится оценка затухания (ослабления) сигнала по мощности.

Поскольку физический смысл формулы (2.4) спрятан под знаком логарифма, постольку в дальнейшем будем пользоваться более простой формулой (2.3), физический смысл которой более прост и понятен.

Расчет коэффициента прямоугольности передаточной функции по мощности ФНЧ будем производить следующим образом.

Определим частоту, на которой передаточная функция по мощности составляет 5% от максимума:



За пределами этой частоты будем считать, что передаточная функция равна нулю



Определим полную площадь под кривой передаточной функции (Рис.2.1):

(2.5)



Определим также площадь под кривой передаточной функции в пределах полосы пропускания (0…f2), где передаточная функция по напряжению а передаточная функция по мощности (Рис.2.1):



(2.6)



Коэффициентом прямоугольности передаточной функции по мощности будем называть отношение найденных площадей:

(2.7)



По физической сущности коэффициент прямоугольности представляет собой коэффициент полезного использования площади под кривой передаточной функции по мощности и дает представление о степени соответствия реального фильтра идеальному с той же полосой пропускания.

**2.4 Емкостной фильтр нижних частот**

**2.4.1 Частотные характеристики емкостного фильтра нижних частот первого порядка (ФНЧ-1)**

Рассмотрим электрическую схему, изображенную на Рис.2.3, которая представляет собой простейший фильтр нижних частот первого порядка (ФНЧ-1).

.

1 2

r



С R

1’ 2’

Рис.2.3. Емкостной фильтр нижних частот (ФНЧ-1)

**Работа ФНЧ-1:**



При



При

На малых частотах емкость обладает большим сопротивлением и поэтому весь проходит только через резисторы r, R, не ответвляясь в емкость.



На больших частотах емкость обладает малым сопротивлением. Она закорачивает нагрузку и поэтому выходное напряжение мало.

Определим для этого фильтра АЧХ и ФЧХ, рассматривая его как Г-образный 4х-П, нагруженный активным сопротивлением R.

Сопротивления плеч фильтра:



Коэффициенты формы А:



Уравнение связи входного и выходного напряжений (1.6):



(2.8)

где - эквивалентное сопротивление при параллельном соединении R и r.



Из (2.8) получаем фазо-частотную характеристику ФНЧ-1:

(2.9)



Передаточные функции ФНЧ-1 принимают вид:

(2.10)



где - значение передаточной функции на частоте ω=0.



Теперь, по формулам (2.9) и (2.10) можно, при известных значениях R, r, C-элементов, рассчитать и построить графики АЧХ и ФЧХ простейшего фильтра нижних частот (ФНЧ-1).

При изучении частотных характеристик фильтров удобно пользоваться АЧХ ФЧХ в параметрической форме. Для этого необходимо ввести в рассмотрение приведенную, или так называемую нормированную частоту, которая, в данном случае, определяется по формуле

(2.11)



где - граничная частота, на которой реактивное сопротивление емкости равно активному сопротивлению



Запишем (2.9) и (2.10) в параметрической форме:

(2.12)

(2.13)



Параметрические функции (2.11) и (2.12) позволяют проводить общий анализ АЧХ и ФЧХ фильтра при заданных значениях R, r-элементах и произвольном значении емкости С.

**Пример 2.** Рассчитать и построить графики при следующих исходных данных:



R=100 Ом – сопротивление нагрузки;

r=5 Ом – внутреннее сопротивление источника.

Оценить коэффициент прямоугольности передаточной функции по мощности.

Результаты расчетов представлены на Рис.2.4 и Рис.2.5.

Из этих рисунков видно, что передаточная функция по мощности при частоте ν=0 принимает значение H(0)=0,98, а затем плавно уменьшается с увеличением частоты. Коэффициент прямоугольности этой функции составляет всего П=0,545. Это означает, что данный фильтр соответствует идеальному фильтру на 54,5%.

Сдвиг фаз между входным и выходным напряжениями изменяется от 0 до 900. При этом выходное напряжение опережает входное.



**2.4.2 Синтез емкостного фильтра нижних частот первого порядка**

Синтез (проектирование) любого технического устройства начинается с разработки технического задания (ТЗ), в котором приводятся исходные данные и формулируются требования к устройству.

Применительно к ФНЧ-1 техническое задание на его проектирование можно изложить следующим образом:

1. Спроектировать емкостной фильтр нижних частот, схема которого приведена на Рис.3.2.
2. На вход фильтра подаются сигналы синусоидальной формы, частота которых изменяется от 0 до ∞.
3. Сопротивление нагрузки R, а внутреннее сопротивление источника r, (R>>r).
4. Передаточная функция по напряжению на нижней границе полосы пропускания (f1=0) должна принимать значение, близкое к единице, а на верхней границе f2 передаточная функция должна принимать значение H(f2)=H1.
5. Определить потребное значение емкости, рассчитать АЧХ и ФЧХ фильтра, оценить коэффициент прямоугольности передаточной функции по мощности.

В условиях данной задачи неизвестной величиной является только емкость, которую достаточно просто можно найти из уравнения передаточной функции. Однако, в интересах общности изложения последующего материала воспользуемся передаточной функцией в параметрической форме (2.14), из которой найдем значение приведенной частоты ν2, на которой передаточная функция (2.12) принимает заданное значение H1:



(2.14)

Очевидно, что (2.14) имеет смысл только при H1<H0.

Теперь формулу (2.11) можем записать в виде



откуда находим потребное значение емкости для построения ФНЧ-1 Рис.3.2:



(2.15)

**Пример 2.2.** Спроектировать ФНЧ-1 Рис.2.3 при следующих исходных данных:

R=100 Ом – сопротивление нагрузки;

r=5 Ом – внутреннее сопротивление источника;

f2=1000 Гц – верхняя граница полосы пропускания;

H1=H(f2)=0,707 – значение передаточной функции на верхней границе полосы пропускания;

η1=η(f2)=0,5 - значение передаточной функции по мощности на верхней границе полосы пропускания.

Рассчитать АЧХ и ФЧХ фильтра, оценить коэффициент прямоугольности передаточной функции по мощности.

Результаты расчетов представлены на Рис.2.6 и Рис.2.7.

Из этих рисунков видно, что на верхней границе полосы пропускания f2=1000 Гц передаточная функция по мощности η(f2)=0,5, что соответствует требованиям технического задания.

Сдвиг фаз между входным и выходным напряжениями Φ(f2)=42,071 град. Коэффициент прямоугольности передаточной функции по мощности составляет П=0,545.

Потребное значение емкости для построения ФНЧ-1 Рис.3.2 составляет С=30,17 мкФ.



**2.5 Г-образный фильтр нижних частот (ФНЧ-2)**

**2.5.1 Частотные характеристики ФНЧ-2**

В целях повышения коэффициента прямоугольности передаточной функции по мощности применяют фильтры нижних частот второго порядка, в состав которых входят два реактивных элемента: L и C.

Рассмотрим Г-образный ФНЧ, схема которого представлена на Рис.2.8 (см.также Рис.1.6).

L



Z1

Z2 C R

Рис.2.8. Электрическая схема Г-образного ФНЧ

Работа Г-образного ФНЧ:



при

при



На малых частотах индуктивное сопротивление мало, а емкостное сопротивление велико, поэтому ток проходит в нагрузку с малым ослаблением, не ответвляясь в емкость.

На больших частотах индуктивное сопротивление велико, а емкостное сопротивление мало. Ток, прошедший через индуктивность, закорачивается емкостью. Поэтому выходное напряжение мало.

Определим АЧХ и ФЧХ Г-образного ФНЧ, рассматривая его как Г-образный 4х-П, нагруженный активным сопротивлением R.

Комплексные сопротивления плеч фильтра:



Коэффициенты формы А:



Уравнение связи входного и выходного напряжений (1.6) принимает вид:



(2.16)

Обозначим, как и ранее, действительную и мнимую части (2.16):

- действительная часть;



- мнимая часть.



Уравнение (2.16) запишем в виде:



(2.17)

Фазочастотная характеристика ФНЧ-2 определяется по формуле:

(2.18)



Комплексная передаточная функция по напряжению определяется из (2.17):



(2.19)

Модули передаточных функций по напряжению и мощности принимают вид:



(2.20)

Таким образом, при известных значениях R, L, C-элементов, по формулам (2.18), (2.20) можно рассчитать и построить графики АЧХ и ФЧХ Г-образного ФНЧ.

С целью общего анализа частотных характеристик Г-образного ФНЧ представим передаточные функции (2.20) в параметрической форме, для чего обозначим:



- приведенная (нормированная) частота;

- резонансная частота;

- сопротивление индуктивности;

- проводимость емкости;

- волновое (характеристическое) сопротивление;

- коэффициент нагрузки.

После подстановки обозначений в (2.20) получим передаточные функции в параметрической форме:

(2.21)



**Пример 2.3.** Рассчитать и построить семейство кривых передаточной функции по мощности в параметрической форме для трех значений коэффициента нагрузки:



Определить коэффициент прямоугольности передаточной функции по мощности при



Расчет передаточной функции по мощности, выполненный по формуле (2.21) приведен на Рис.2.9.



Из Рис.2.9 следует, что при Q1=0,8 передаточная функция достигает своего максимума, равного 1,86, а затем плавно уменьшается, Этот всплеск передаточной функции может быть желательным или нежелательным в зависимости от конкретного назначения фильтра.



При Q2=1 всплеск передаточной функции значительно меньше и при он вовсе отсутствует.



Таким образом, характер изменения передаточной функции Г-образного ФНЧ целиком определяется значением коэффициента нагрузки Q, который, в свою очередь, зависит от комбинации значений RLC-элементов. Следовательно, путем соответствующего выбора LC-элементов можно изменить форму кривой передаточной функции.



Коэффициент прямоугольности передаточной функции по мощности при составляет П=0,807, что значительно больше, чем у ФНЧ-1.



**2.5.2 Синтез Г-образного фильтра нижних частот**

Техническое задание на проектирование Г-образного ФНЧ формулируется следующим образом.

1. Спроектировать Г-образный ФНЧ, схема которого представлена на Рис.2.8.
2. На вход фильтра подаются сигналы синусоидальной формы, частота которых изменяется от нуля до бесконечности.
3. Передаточные функции по напряжению и мощности в полосе пропускания (0…f2), должны быть максимально плоскими, т.е. не иметь всплесков, превышающих единицу, и на верхней границе полосы пропускания должны принимать значения .



1. Сопротивление нагрузки чисто активное, равное R.
2. Рассчитать потребные значения индуктивности и емкости для построения фильтра. Построить графики АЧХ и ФЧХ, оценить коэффициент прямоугольности передаточной функции по мощности.

Порядок проведения расчетов состоит в следующем.

Из анализа ТЗ и формул передаточных функций (2.20) следует, что при заданных значениях необходимо найти два неизвестных параметра L и C, при которых фильтр будет удовлетворять требованиям технического задания.



Другими словами, необходимо найти такие значения L, С-элементов, при которых передаточная функция H(ω) проходит через точку на плоскости с координатами ω2, H1.

Математически это означает, что для определения двух неизвестных необходимо составить два независимых уравнения и решить эту систему относительно L и С.

Для составления первого уравнения необходимо из семейства кривых Рис.2.9 выбрать кривую, которая соответствует требованиям ТЗ, и по ней при заданном значении найти значение приведенной частоты ν2.



В данном случае требованиям ТЗ удовлетворяет передаточная функция , построенная при .



Точное значение приведенной частоты определяется путем решения уравнения:

(2.22)



Результаты расчетов по формуле (2.22) при приведены в таблице 2.1.



Таблица 2.1.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| H1 | 0.707 | 0.6 | 0.5 | 0.4 | 0.3 | 0.2 | 0.1 |
| ν2 | 1.0 | 1.55 | 1.316 | 1.513 | 1.783 | 2.213 | 3.154 |

Найденная приведенная частота ν2 связана с верхней границей полосы пропускания и неизвестной резонансной частотой ω0 следующим соотношением:



Отсюда получаем первое независимое уравнение для определения неизвестных LC-элементов



(2.23)

Выбранная кривая передаточной функции построена при .



Следовательно, второе независимое уравнение можно записать в виде:



(2.24)

Совместное решение (2.23) и (2.24) дает формулы для определения неизвестных LC-элементов:



(2.25)

Теперь по формулам (2.18), (2.20), и (2.25) можно рассчитать потребные значения LC-элементов для построения Г-образного ФНЧ, а также рассчитать и построить графики АЧХ и ФЧХ этого спроектированного фильтра.

**Пример 2.4.** Спроектировать Г-образный ФНЧ, схема которого представлена на Рис.2.8:

Исходные данные:

R=100 Ом – сопротивление нагрузки;

f2=1000 Гц – верхняя граница полосы пропускания;

H(f2)=0,707 – значение передаточной функции по напряжению на верхней границе полосы пропускания.

Требование к фильтру: передаточные функции по напряжению и мощности в полосе пропускания должны быть максимально плоскими, т.е. не иметь всплесков и провалов.

**Решение**. Из Рис.2.9. выбираем кривую , которая удовлетворяет требованиям технического задания.



Из таблицы 2.1 по заданному значению Н1=Н(f2)=0,707 выбираем соответствующее значение приведенной частоты ν2=1.

По формулам (2.25) определяем потребные значения LC-элементов для построения Г-образного ФНЧ.

По формулам (2.18) и (2.20) рассчитываем АЧХ и ФЧХ спроектированного фильтра и оцениваем коэффициент прямоугольности передаточной функции по мощности этого фильтра.

Результаты расчетов приведены на Рис.2.10 и Рис.2.10а.

Из этих результатов главными являются найденные значения индуктивности и емкости: L=23 мГн и С=1,125 мкФ, при которых передаточные функции на верхней границе полосы пропускания принимают заданные значения:



Следовательно, спроектированный Г-образный ФНЧ удовлетворяет требованиям технического задания.

Коэффициент прямоугольности передаточной функции по мощности Г-образного ФНЧ составляет П=0,807.

Отметим, что изложенный порядок проектирования носит общий характер и может применяться в среде Mathcad при любой комбинации исходных данных: H1, f2, R, Q.



**2.6 Т-образный фильтр нижних частот**

**2.6.1 Частотные характеристики Т-образного фильтра нижних частот**

В целях дальнейшего повышения коэффициента прямоугольности применяют фильтры третьего порядка, к числу которых относится Т-образный ФНЧ, изображенный на Рис.2.11.

L1 L2



Z1 Z3

Z2  C R

Рис.2.11. Электрическая схема Т-образного ФНЧ

Работа Т-образного ФНЧ



На малых частотах индуктивные сопротивления Z1, Z3 малы, а емкостное сопротивление Z2 велико, поэтому ток проходит в нагрузку с малым ослаблением.

На больших частотах на пути тока в нагрузку стоят два больших сопротивления индуктивностей L1 и L2, а ток, прошедший через L1 закорачивается малым емкостным сопротивлением.

Определим АЧХ и ФЧХ Т-образного ФНЧ, рассматривая его как Т-образный 4х-П, нагруженный активным сопротивлением R.

Комплексные сопротивления плеч фильтра:



Коэффициенты формы А:



где - коэффициент асимметрии фильтра, который может быть выбран в пределах



Уравнение связи входного и выходного напряжений:

(2.26)



Фазо-частотная характеристика фильтра определяется по формулам (1.8), а передаточная функция по напряжению рассчитывается по формуле (1.10).

Таким образом, при известных значениях RLC - элементов можно рассчитать и построить графики АЧХ и ФЧХ Т-образного ФНЧ, используя формулы (1.8), (1.10) и (2.26).

Представим, как и ранее для Г-образного ФНЧ, передаточные функции по напряжению и мощности в параметрической форме:

(2.27)



**Пример 2.5.** Рассчитать и построить семейство кривых передаточной функции по мощности в параметрической форме (2.27) для трех значений коэффициента нагрузки:



Результаты расчетов представлены на Рис.2.12.

Из Рис.2.12 следует, что для Т-образного несимметричного ФНЧ оптимальным значением коэффициента нагрузки следует считать Q2=1,0 при коэффициенте асимметрии , который был определен в результате предварительных исследований.



Коэффициент прямоугольности передаточной функции по мощности Т-образного несимметричного ФНЧ при Q=1 и равен П=0,905.



**2.6.2. Синтез Т-образного фильтра нижних частот**

Поставим задачу спроектировать Т-образный несимметричный ФНЧ по ТЗ на проектирование Г-образного ФНЧ.

Из Рис.2.11 видно, что в состав Т-образного фильтра входят три неизвестных реактивных элемента: L1, L2 и С, которые необходимо определить.

Следовательно, для определения трех неизвестных необходимо составить три независимых уравнения.

Порядок определения L1 и С аналогичен порядку определения этих элементов для Г-образного ФНЧ.

Из семейства кривых Рис.2.12 выбираем кривую, которая удовлетворяет требованиям ТЗ. В данном случае выбираем кривую которая построена при Q2=1.



После этого определяем значение приведенной частоты ν2, на которой Н(ν2)=Н1. Для этого решаем следующее уравнение:



в результате получим таблицу 2.2.

Таблица 2.2.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Н1 | 0,707 | 0,6 | 0,5 | 0,4 | 0,3 | 0,2 | 0,1 |
| ν2 | 1,5036 | 1,615 | 1,730 | 1,867 | 2,049 | 2,327 | 2,890 |

Далее, как и для Г-образного ФНЧ, можем записать два уравнения для определения L1 и С:



Совместное решение этих уравнений дает формулы для определения L1 и С:



(2.28)

Значение второй индуктивности L2 определяется из условия выбранного коэффициента асимметрии

(2.29)



**Пример 2.6.** Спроектировать Т-образный ФНЧ, схема которого показана на Рис.2.11.

Исходные данные:

R=100 Ом – сопротивление нагрузки;

f2=1000 Гц – верхняя граница полосы пропускания;

H1=H(f2)=0,707 – значение передаточной функции по напряжению на верхней границе полосы пропускания.

Передаточные функции H(f) и η(f) в полосе пропускания не должны иметь всплесков и провалов.

**Решение.** Из таблицы 2.2 по заданному значению H1=H(f2)=0,707 при Q=1 выбираем значение приведенной частоты ν2=1,5036.

Потребные значения индуктивностей и емкости определяем по (2.28), (2.29).

Расчет передаточной функции по мощности проведем по формуле (1.10), ФЧХ – по формуле (1.8) с учетом (2.26).

Результаты расчетов представлены на Рис.2.14, Рис.2.14а.

Из этого рисунка видно, что потребные значения индуктивностей и емкости для построения несимметричного Т-образного ФНЧ составляют: L1=24мГн, L2=11 мГн, C=2,389 мкФ.

Передаточные функции на верхней границе полосы пропускания принимают значения: Н(f2)=0,707, η(f2)=0,5, что и требовалось по техническому заданию.

Коэффициент прямоугольности передаточной функции по мощности составляет П=0,905.

